

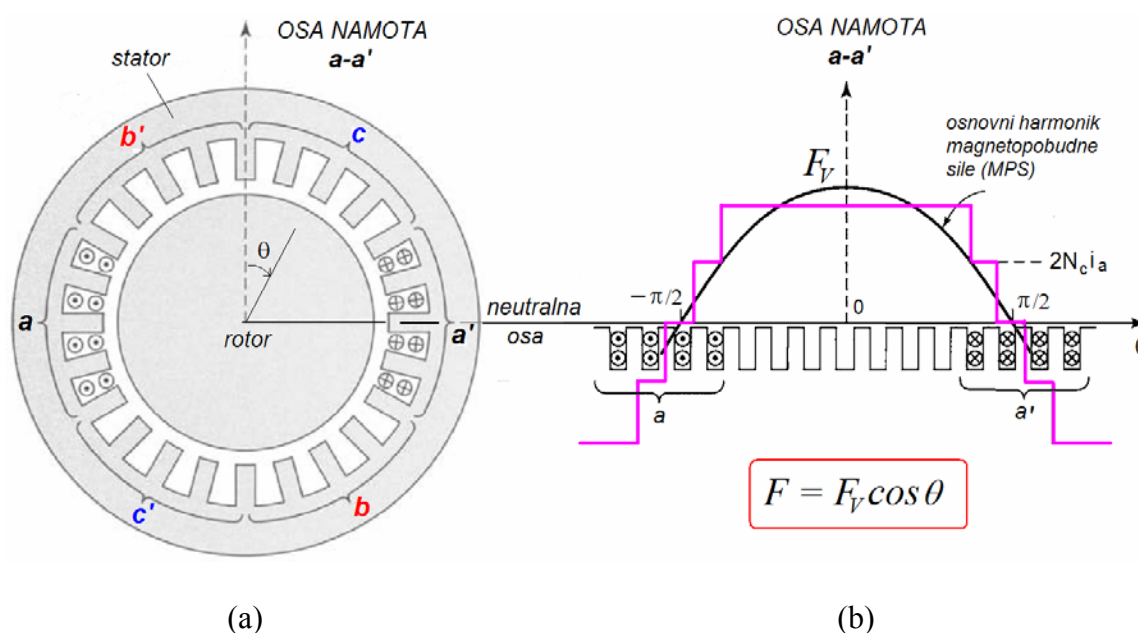
OBRTNO MAGNETNO POLJE-DVOSTRUKA VIŠEFAZNOST: PROSTORNA I VREMENSKA

UVOD

Obrtno magnetno polje je magnetno polje koje nastaje kao rezultat superpozicije dva ili više magnetnih polja identičnih frekvencija, ali prostorno i vremenski pomerenih. Dakle govori se o dvostrukoj višefaznosti (polifaznosti). Fenomen magnetnog polja u strogoj naučnoj formi je opisan prvi put 1888 godine od strane srpskog inženjera i naučnika Nikole Tesle. Rezultat ovog izuma su brojne primene obrtnog magnetnog polja, od kojih su najznačajnije obrtne indukcione mašine (elektromotori i generatori). Obrtno magnetno polje u trofaznim naizmjeničnim električnim mašinama je prouzrokovano trofaznim strujama koje napajaju tri namotaja koji su međusobno prostorno pomereni za 120° . Obrtno magnetno polje u monofaznim naizmjeničnim električnim mašinama je prouzrokovano dvofaznim strujama koje napajaju dva namotaja koji su međusobno prostorno pomereni za 90° . U ovom dokumentu će biti prezentirana jednostavna matematička predstava stacionarnog obrtnog magnetnog polja sa ciljem da se čitaocu na jednostavan način razjasni princip funkcionisanja obrtnog magnetnog polja. Prvo će radi sistematičnog pristupa biti prezentirani načini funkcionisanja jednosmernog dvopolnog polja, zatim naizmjeničnog dvopolnog polja i nakon toga trofaznog i jednofaznog obrtnog magnetnog polja.

JEDNOSMERNO MAGNETNO POLJE

Razmatra se mašina sa cilindričnim rotorom i statorom. Pretpostavimo da je u žlebovima smešten dvopolni namotaj kroz koji propuštamo jednosmernu struju, kao što je prikazano na Slici 1.



Slika 1- Jednosmerno polje u mašini sa cilindričnim rotorom, (a)-poprečni presek mašine i dispozicija jednoplnog namotaja, (b)-raspodela MPS u mašini

Magnetopobudna sila (MPS) u vazdušnom procepu ima najveću vrednost u prostoru između žlebova, jer se magnetno polje koje prolazi kroz taj prostor obuhvata sa svim provodnicima namotaja na statoru, kao što pokazuje Slika 1(a). Stvarna raspodela MPS u vazdušnom procepu je pravougaona ali i stepenastog oblika. Ako je magnetno kolo linearno (nema zasićenja), a obzirom da je vazdušni procep ravnomeran i magnetna indukcija će biti pravougaona odnosno stepenasta, kao što je pokazano na Slici 1(b).

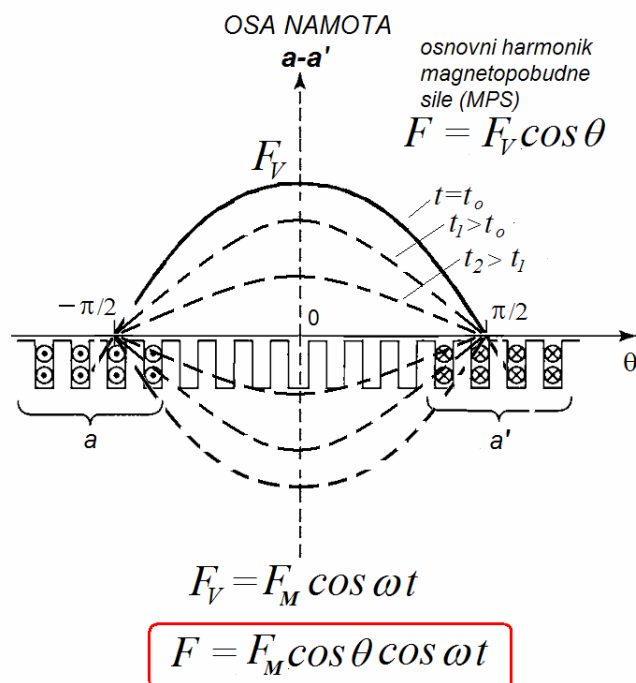
Ukoliko je veći broj žlebova kriva raspodele MPS se približava trapeznom obliku. Ukoliko bi namotaj bio raspodeljen duž celog obima oblik MPS bi bio trougaoni. Moguće je trapezni oblik razložiti na osnovni harmonik i niz viših harmonika. Obično se posmatra osnovni harmonik. Ustvari se pretpostavlja da raspodeljeni namotaj koji je prikazan na Slici 1 stvara u ravnomernom zazoru MPS i fluks kosinusne raspodele po obimu. Na osnovu rečenog MPS ima najveću vrednost F_V u osi namotaja $a-a'$, dok je jednaka nuli u neutralnoj osi. Napomenimo da je neutralna osa normalno postavljena u odnosu na osu namotaja. MPS koja je od ose namotaja pomerena za ugao θ je data relacijom:

$$F = F_V \cdot \cos \theta \quad (1)$$

Na ovaj način je dobijeno nepomično i konstantno polje koje nazivamo jednosmernim.

NAIZMENIČNO MAGNETNO POLJE

Pretpostavimo da smo namotaj $a-a'$ priključili na sinusni napon. Tada će se i MPS i indukcija menjati po sinusnom zakonu u bilo kojoj tački vazdušnog procepa po obimu mašine. Označimo sa F_M maksimalnu vrednost MPS u osi namotaja.



Slika 2- Naizmenično pulsaciono polje jednopolnog namotaja

U slučaju da se vreme t računa od trenutka kada je MPS maksimalna važe sledeće relacije:

$$F_V = F_M \cdot \cos \theta \quad (2)$$

$$F = F_M \cdot \cos \theta \cdot \cos \omega t \quad (3)$$

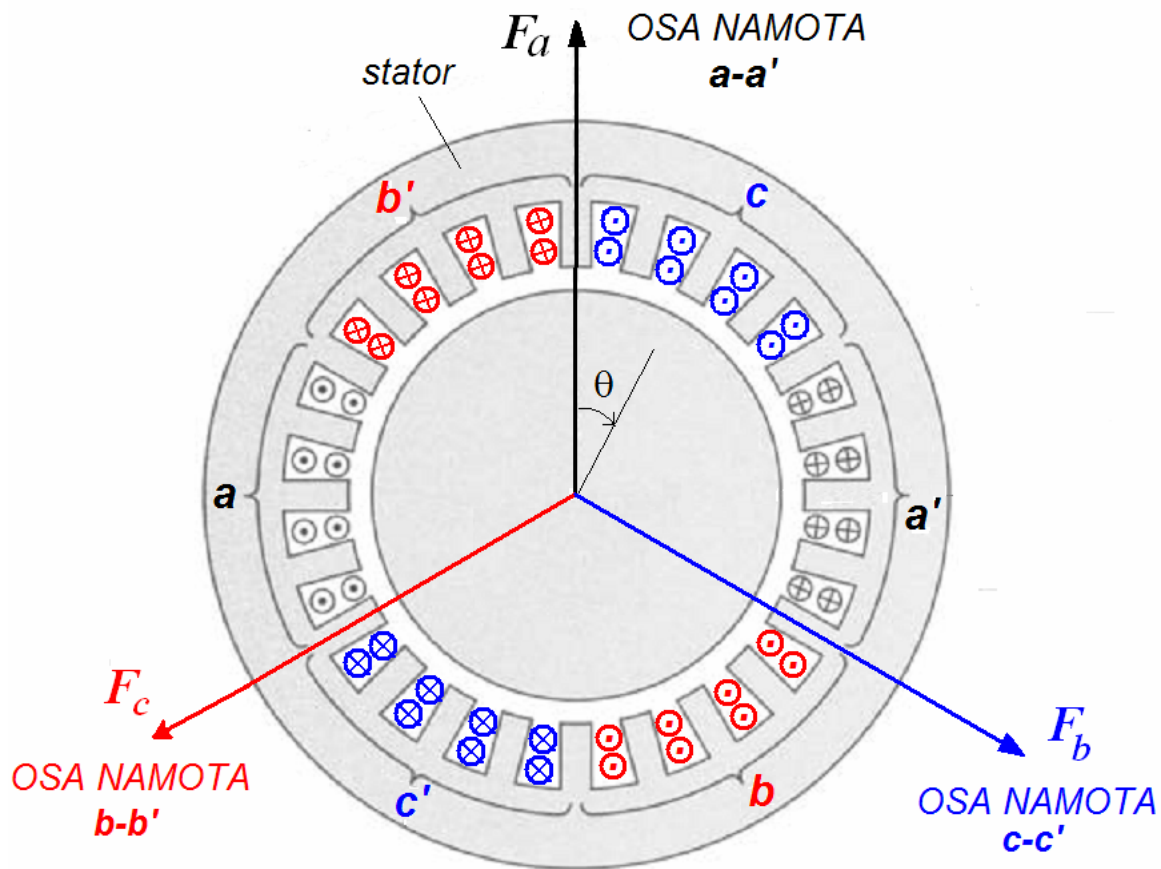
Promenom MPS u vremenu menja se i njena kosinusna raspodela po obimu mašine u pojedinim trenucima vremena $t_0, t_1, t_2, \dots, t_n$ kao što pokazuje Slika 2.

Definišimo sada *osu polja* kao pravac u kome osnovni talas MPS ima maksimalnu vrednost F_M . U posmatranom slučaju sa Slike 2, osa magnetnog polja ima stalan pravac i poklapa se sa osom namotaja $a-a'$, ali se menja u vremenu. Ovakvo polje se naziva *naizmenično* ili *pulsaciono*.

TROFAZNO OBRATNO MAGNETNO POLJE

Obrtno magnetno polje se može dobiti sa trofaznim namotajem postavljenim na statoru mašine, odnosno sa tri namotaja čije su ose jedna u odnosu na drugu pomerene za prostorni električni ugao od 120° i kada se oni priključe na sinusne napone pomerene fazno u vremenu za ugao 120° (ustvari obrazuju simetričan trofazni sistem). Dakle ovim je ostvarena dvostruka polifaznost: prostorna i vremenska i to za isti ugao od 120° .

Prikaz jednog ovakvog dvostruko polifaznog (trofaznog) sistema je prikazana na Slici 3.



Slika 3- Trofazni statorski namotaj i raspodela MPS po fazama

Svaki od tri prostorno pomerena namotaja $a-a'$, $b-b'$ i $c-c'$, stvaraju svaki za sebe svoje magnetno polje, tako da se ceo sistem može opisati jednačinama:

$$F_a = F_M \cdot \cos \theta \cdot \cos \omega t \quad (4)$$

$$F_b = F_M \cdot \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (5)$$

$$F_c = F_M \cdot \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (6)$$

Ugao θ po obimu se računa od ose faze namotaja $a-a'$, prema referentnom smeru na Slici 3, dok se vreme računa od trenutka kada je MPS u fazi namotaja $a-a'$ maksimalna (tada je maksimalna i struja u toj fazi).

Rezultantna MPS u posmatranoj tački po obimu sa ugaonim pomerajem θ , i u vremenskom trenutku t se može napisati sledećom relacijom:

$$F(\theta) = F_a + F_b + F_c \quad (7)$$

Uzimajući u obzir relacije (4)-(6) jednačina (7) se može napisati u formi:

$$F(\theta) = F_M \cdot \cos \theta \cdot \cos \omega t + F_M \cdot \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) + F_M \cdot \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (8)$$

Uzimajući u obzir trigonometrijsku relaciju:

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \cdot \cos(\alpha + \beta) + \frac{1}{2} \cdot \cos(\alpha - \beta) , \quad (9)$$

dobija se da je rezultantna MPS $F(\theta)$ jednaka:

$$\begin{aligned} F(\theta) = & \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta + \omega t) + \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta - \omega t) + \frac{1}{2} F_M \cdot \cos\left(\theta + \omega t + \frac{4\pi}{3}\right) + \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta - \omega t) + \\ & \frac{1}{2} F_M \cdot \cos\left(\theta + \omega t - \frac{4\pi}{3}\right) + \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta - \omega t) \end{aligned} \quad (10)$$

Obzirom da je

$$\cos\left(\theta + \omega t - \frac{4\pi}{3}\right) = \cos\left(\theta + \omega t - \left(2\pi - \frac{2\pi}{3}\right)\right) = \cos\left(\theta + \omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

izraz (10) možemo napisati u sledećoj formi:

$$\begin{aligned} F(\theta) = & \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta + \omega t) + \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta - \omega t) + \frac{1}{2} F_M \cdot \cos\left(\theta + \omega t + \frac{4\pi}{3}\right) + \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta - \omega t) + \\ & \frac{1}{2} F_M \cdot \cos\left(\theta + \omega t + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta - \omega t) \end{aligned}$$

Pošto je zbir prvog, trećeg i petog člana u prethodnoj jednačini jednak nuli, odnosno:

$$\frac{1}{2}F_M \cdot \cos(\theta + \omega t) + \frac{1}{2}F_M \cdot \cos(\theta + \omega t + \frac{2\pi}{3}) + \frac{1}{2}F_M \cdot \cos(\theta + \omega t + \frac{4\pi}{3}) = 0 \quad (11)$$

dobijamo da je resultantna MPS u vazdušnom zazoru mašine jednaka:

$$F(\theta, t) = \frac{1}{2}F_M \cdot \cos(\theta - \omega t) + \frac{1}{2}F_M \cdot \cos(\theta - \omega t) + \frac{1}{2}F_M \cdot \cos(\theta - \omega t)$$

Odnosno, sabirajući članove u prethodnoj jednačini se dobija konačan izraz za resultantnu MPS:

$$F(\theta, t) = \frac{3}{2}F_M \cdot \cos(\theta - \omega t) \quad (12)$$

Ova jednačina važi za trofazni sistem, dok je u opštem slučaju za polifazni, odnosno q - fazni sistem moguće napisati sledeću relaciju:

$$F(\theta, t) = \frac{q}{2}F_M \cdot \cos(\theta - \omega t) \quad (13)$$

Amplituda resultantnog polja za trofazni sistem je iz jednačine (12) jednaka :

$$F_A = \frac{3}{2}F_M \quad (14)$$

odnosno za q - fazni sistem iz jednačine (13):

$$F_A = \frac{q}{2}F_M \quad (15)$$

Funkcija oblika $y = \cos(x - \omega t)$ predstavlja putujući talas u razvijenom obliku, odnosno jedan obrtni talas jedinične amplitude koji se okreće stalnom ugaonom brzinom ω . U realnom slučaju je to obrtni talas konstantne amplitude, koja je data relacijom (14), koji se obrće stalnom ugaonom brzinom ω jednakom kružnom učestanošću napojne mreže $\omega = \omega_m = 2\pi f_m$, iz koje sa napaja posmatrani namotaj statora. Linearna učestanost mreže je označena sa f_m .

Za $\omega t = 0$ maksimum polja se nalazi u tački određenoj uglom θ iz jednačine (12), odnosno:

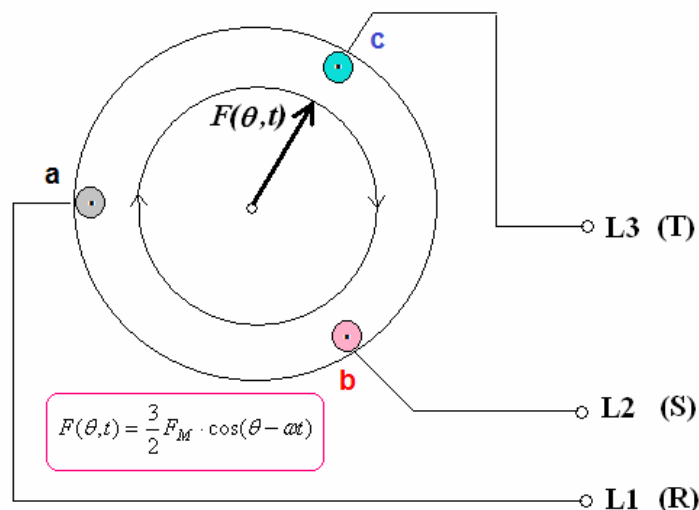
$$F(\theta, t) = F(\theta, 0) = \frac{3}{2}F_M \cdot \cos \theta \quad (16)$$

Za $\theta = 0$ maksimum se nalazi u osi namotaja $a-a'$, odnosno osi faze a . Za $\omega t = 2\pi/3$ magnetopobudna sila polja je jednaka:

$$F(\theta, t) = F(\theta, 2\pi/3) = \frac{3}{2}F_M \cdot \cos(\theta - 2\pi/3) \quad (17)$$

Odnosno maksimum MPS će se dobiti za $\theta = 2\pi/3$, što znači da se on nalazi u osi namotaja $b-b'$, odnosno faze b . Za $\theta = 4\pi/3$ maksimum će se nalaziti u osi faze c .

U prethodnom razmatranju smo pretpostavili da su namotaji $a-a'$, $b-b'$ i $c-c'$ priključeni na faze trofaznog izvora čiji je redosled L1, L2, L3 (R,S,T) i za ovaj slučaj važe prethodno napisane jednačine namotaja, odnosno naizmeničnih polja namotaja F_a, F_b, F_c . Smer obrtnog magnetnog polja u ovom slučaju bi bio kao na Slici 4.

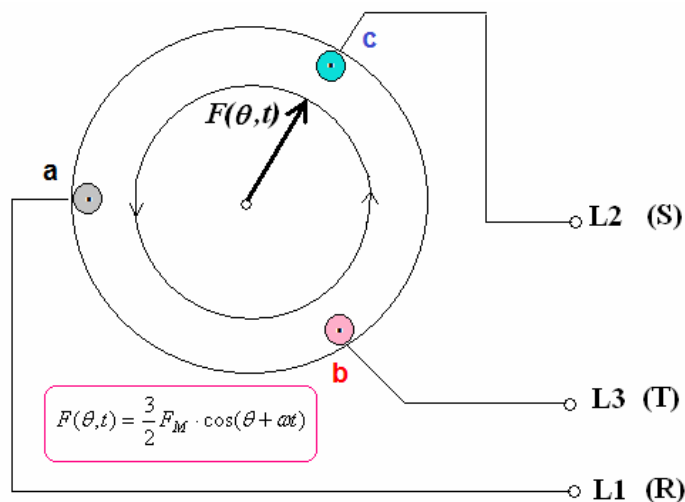


Slika 4- Smer obrtnog magnetnog polja za RST redosled struja

Ako bi namotaje $a-a'$, $b-b'$ i $c-c'$ priključili faze trofaznog izvora drugim redosledom, namotaja $a-a'$ na fazu L1 (R), namotaj $b-b'$ na fazu L3(T) i namotaj $c-c'$ na fazu L2(S), maksimum polja će u trenutku $\omega t = 0$ biti u osi namotaja $a-a'$, u trenutku $\omega t = 2\pi/3$ u osi namotaja $c-c'$ i u trenutku $\omega t = 4\pi/3$ u osi namotaja $b-b'$. Ovo znači da će smer obrtnog polja biti suprotan od prethodnog slučaja, pa će shodno tome izraz za rezultatnu MPS u indukcionoj mašini biti:

$$F(\theta, t) = \frac{3}{2} F_M \cdot \cos(\theta + \omega t) \quad (18)$$

Prikaz smera obrtnog polja u ovom slučaju je dat na Slici 5.

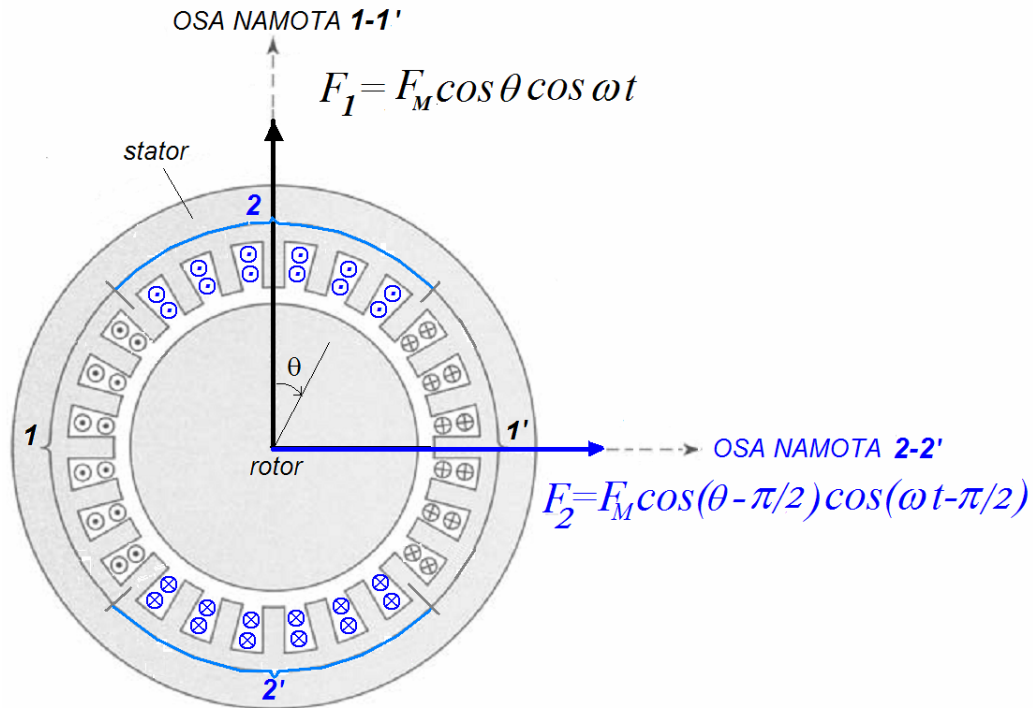


Slika 5- Smer obrtnog magnetnog polja za RTS redosled struja

Na ovaj način se vrlo prostim prevezivanjem krajeva asinhronog ili sinhronog motora prema napojnoj mreži, se može promeniti njegov smer obrtanja.

JEDNOFAZNO OBRTNO POLJE

Obrtno polje je moguće dobiti i pomoću dva namotaja prostorno pomerena za 90° električnih kroz koje teku dvofazne struje. Prikaz jedne takve mašine sa cilindričnim rotorom je dat na Slici 6.



Slika 6- Jednofazno polje u mašini sa cilindričnim rotorom

Razlikujemo dva namotaja postavljena upravno jedan u odnosu na drugi. Namotaj faze 1 označen sa 1-1' i namotaj faze 2 označen sa 2-2'. Svakom od ovih namotaja odgovara pripadajuća MPS. Jednačine za MPS ovih namotaja se mogu opisati jednačinama:

$$F_1(\theta, t) = F_M \cdot \cos \theta \cos \omega t \quad (19)$$

$$F_2(\theta, t) = F_M \cdot \cos(\theta - \frac{\pi}{2}) \cdot \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \quad (20)$$

Rezultantna MPS u indukcionoj mašini je jednaka:

$$F(\theta, t) = F_1(\theta, t) + F_2(\theta, t) = F_M \cdot \cos \theta \cos \omega t + F_M \cdot \cos(\theta - \frac{\pi}{2}) \cdot \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \quad (21)$$

Obzirom na trigonometrijsku jednačinu $\cos(x - \frac{\pi}{2}) = \sin x$ jednačinu (21) možemo napisati u sledećoj formi:

$$F(\theta, t) = F_M \cdot \cos \theta \cos \omega t + F_M \cdot \sin \theta \cdot \sin \omega t \quad (22)$$

Odnosno:

$$F(\theta, t) = F_M \cdot (\cos \theta \cos \omega t + \sin \theta \cdot \sin \omega t) \quad (23)$$

Uzimajući u obzir trigonometrijsku jednakost (9), jednačina (22) se može napisati u formi:

$$F(\theta, t) = F_M \cdot \cos(\theta - \omega t) \quad (24)$$

Jednačina (23) ustvari predstavlja obrtni talas konstantne amplitude koji se obrće stalnom ugaonom brzinom ω jednakom kružnom učestanošću napojne mreže $\omega = \omega_m = 2\pi f_m$, iz koje sa napaja posmatrani dvofazni namotaj statora. Zapazimo da je amplituda ovog obrtnog talasa 1.5 puta manja nego u trofaznom slučaju.

Važno je naglasiti da se komponente MPS u jednačini (23) mogu predstaviti u sledećim formama:

$$F_1(\theta, t) = F_M \cdot \cos \theta \cos \omega t = \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta + \omega t) + \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta - \omega t) \quad (25)$$

$$F_2(\theta, t) = F_M \cdot \sin \theta \sin \omega t = \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta - \omega t) - \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta + \omega t) \quad (26)$$

Sledi da se naizmenično polje u svakoj od faza dvofazne mašine sa sinusoidalnom (kosinusoidalnom) raspodelom u vremenu i sinusoidalnom (kosinusoidalnom) raspodelom u prostoru može smatrati kao rezultat superpozicije dva polja koja se obrću u suprotnim smerovima ugaonom brzinom jednakom kružnom učestanosti naizmenične struje, dok im je amplituda dva puta manja od amplitude naizmeničnog polja.

U ovom slučaju u magnetnom kolu mašine postoje dva polja *direktno-(d)* i *inverzno-(i)*, tako da komponente MPS date relacijama (25) i (26) možemo predstaviti kao:

$$F_1(\theta, t) = \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta + \omega t) + \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta - \omega t) \quad (27)$$

ili u formi zbira direktne i inverzne komponente MPS:

$$F_1(\theta, t) = F_{(d)}(\theta, t) + F_{(i)}(\theta, t) \quad (28)$$

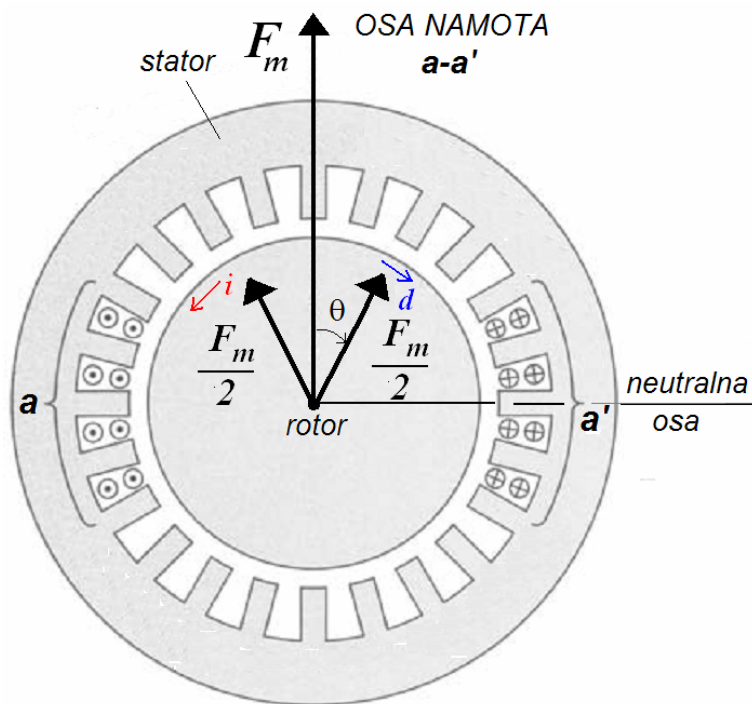
Slično važi i za komponentu datu jednačinom (26):

$$F_2(\theta, t) = \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta - \omega t) - \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta + \omega t) \quad (29)$$

odnosno u formi razlike inverzne i direktne komponente:

$$F_2(\theta, t) = F_{(i)}(\theta, t) - F_{(d)}(\theta, t) \quad (30)$$

Prethodno definisan zakon je poznat u elektrotehnici kao Leblanova teorema. Komponenta MPS data jednačinom (25) je grafički predstavljena na Slici 7 pomoću dva vektora koji se obrću u suprotnim smerovima, jedan u direktnom a drugi u inverznom smeru. Njihov zbir daje naizmenično polje čije se osa nalazi u osi namotaja.



Slika 7- Direktno i inverzno polje u jednofaznoj mašini

Iz svega dosada rečenog nameće se konstatacija da se obrtna polja javljaju kod svih mašina za naizmeničnu struju. Višefazne mašine su savršenije jer kod njih postoji samo jedno obrtno polje, dok se kod jednofaznih mašina pored direktnog (d) pojavljuje i inverzna (i) komponenta polja koja obično pogoršava njihove radne karakteristike.

ZAKLJUČAK

Obrtno polje je moguće dobiti pomoću višefaznih namotaja raspoređenih po obimu statora sinhronih i asinhronih mašina kada kroz te namotaje teku višefazne naizmenične struje. Tako dobijeno polje je po svom delovanju ekvivalentno polju jednog pobudnog namotaja napajanog jednosmernom strujom, koji se mehanički obrće istom ugaonom brzinom. Obrtno polje može da stvara i rotor sa višefaznim namotajima kroz koje teku fišefazne struje. Brzina obrtanja tog polja u odnosu na stator je rezultat algebarskog zbira brzine obrtanja polja u odnosu na rotor i mehaničke brzine rotora. Takav slučaj se sreće kod rotora asinhronih mašina. Kod ovih mašina brzina obrtanja rotora Ω nije jednaka sinhronoj brzini Ω_s ($\Omega_r + \Omega = \Omega_s$, gde je Ω_r -brzina rotorskog polja u odnosu na rotor) ali se i polje statora i polje rotora obrću istom brzinom.