

SNAGA POTROŠAČA NAIZMENIČNE STRUJE

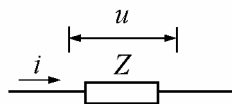
U slučaju vremenski promenljivih struja, snaga generatora i snaga prijemnika mogu biti pozitivne i negativne. Isto važi i za rad. Ako je snaga prijemnika negativna, on se ponaša kao generator. Kada je snaga generatora negativna, energija se iz mreže dovodi generatoru.

Pored trenutne snage, u kolu naizmenične struje definišu se: srednja ili aktivna snaga, reaktivna snaga i prividna snaga.

Neka su trenutne vrednosti struje i napona prijemnika impedanse Z dati sa

$$i(t) = I_m \sin \omega t$$

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi)$$



Trenutna snaga koju prima prijemnik jednaka je:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = U_m I_m \cdot \sin \omega t \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

smenom

$$U_m = \sqrt{2}U$$

$$I_m = \sqrt{2}I$$

dobija se:

$$p(t) = 2 \cdot UI \cdot \sin(\omega t) \sin(\omega t + \varphi)$$

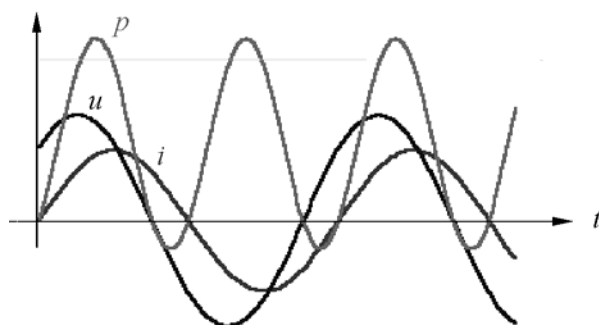
Uvodeći trigonometrijsku transformaciju:

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

sledi:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t + \varphi)$$

odnosno, razlikuju se konstantna i naizmenična komponenta (dvostruke učestanosti) trenutne vrednosti snage potrošača.



Kao što se vidi sa vremenskog dijagrama snage, kod vremenski promenljivih struja i napona, električni element u delu periode prima energiju od izvora, a u delu perioda vraća energiju izvoru. Sa slike se vidi da električni element u nekim intervalima vremena radi kao potrošač, a drugim vremenskim intervalima kao generator.

U intervalima vremena u kojima su u i i istog znaka, trenutna snaga prijemnika je $p > 0$ (energija pristupa prijemniku i u njemu se jednim delom pretvara u toplotu i druge vrste energije, a drugim delom se nalazi u magnetnom i električnom polju prijemnika).

U intervalima vremena u kojima su u i i suprotnog znaka, trenutna snaga prijemnika je $p < 0$ (energija prelazi od prijemnika ostatku kola - npr. generatoru, u prijemniku se obavljaju nepovratni procesi).

Aktivna (srednja) snaga definiše se kao:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} UI \left[\cos \varphi \cdot t - \frac{1}{2\omega} \sin(2\omega t + \varphi) \right] \Bigg|_0^T$$

$$P = \frac{1}{T} UI \cdot \left[\cos \varphi \cdot T - \frac{1}{2\omega} \sin\left(\frac{4\pi}{T} T + \varphi\right) + \frac{1}{2\omega} \sin\left(\frac{4\pi}{T} 0 + \varphi\right) \right]$$

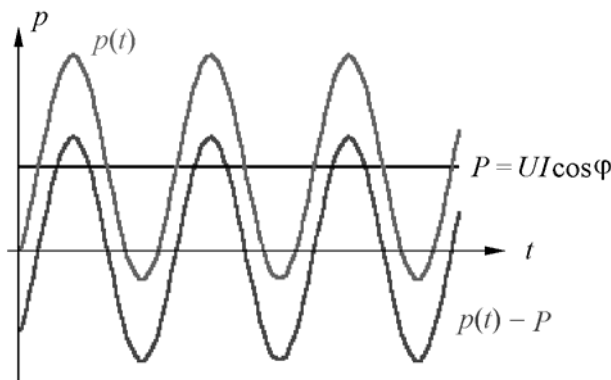
$$P = \frac{1}{T} UI \cdot \left[\cos \varphi \cdot T - \frac{1}{2\omega} \cos \varphi + \frac{1}{2\omega} \cos \varphi \right]$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

Jedinica za aktivnu snagu je vat [W].

Za $|\varphi| \leq \pi/2$ aktivna snaga prijemnika je pozitivna i veća je što je manji ugao φ , tj. što je veći $\cos \varphi$.

Sada se može zaključiti da trenutna vrednost snage osciluje sa srednjom vrednošću $UI \cos \varphi$ i amplitudom UI .



Reaktivna snaga predstavlja maksimalnu snagu povratnih procesa.

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi$$

Reaktivna snaga je pozitivna u slučaju pretežno induktivnog prijemnika ($\varphi > 0$), a negativna u slučaju pretežno kapacitivnog prijemnika ($\varphi < 0$).

Jedinica za reaktivnu snagu je volt amper reaktivni ili var [VAr] ili [var].

Deo energije koji se vraća izvoru je reaktivna energija. Srednja vrednost reaktivne energije je nula.

Reaktivna energija predstavlja nepovoljnu pojavu u kolima naizmjenične struje. Prenos reaktivne energije u oba smera predstavlja rasipanje energije.

Faktor snage predstavlja meru energetske kvaliteta nekog elementa ($\cos \varphi$). Distributeri električne energije uslovljavaju snabdevanje visokom vrednošću faktora snage.

Postupak povećanja faktora snage naziva se **kompensacija**. Najpoznatiji potrošači reaktivne energije su elektromotori i transformatori. Sa druge strane, postoje i uređaji koji koriste reaktivnu energiju suprotnog smera, koji poništavaju (kompenzuju) reaktivnu energiju. Najpoznatiji uređaji takvih osobina su kondenzatorske baterije koje se postavljaju na mestu potrošača, tako da se potrošači snabdevaju potrebnom reaktivnom energijom za rad npr. motora, ali se ona i kompenzuje kondenzatorom, te reaktivna energija ne ide dalje od potrošača, odnosno ne prolazi kroz brojilo električne energije.

Prividna snaga prijemnika definiše se kao proizvod efektivne vrednosti napona i struje prijemnika i obeležava se sa S :

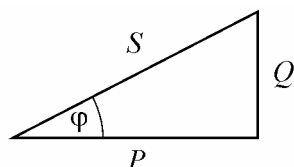
$$S = U \cdot I$$

Jedinica za prividnu snagu je volt amper [VA].

Prividna snaga jednaka je maksimalnoj snazi prijemnika (za maksimalni faktor snage $\cos \varphi = 1$) i ima veliki značaj.

Prividna snaga se obično daje kao karakteristika aparata i označava na njihovim pločicama.

Trougao snage. Slično trouglu impedanse moguće je nacrtati i trougao snage:



Iz trougla snage mogu se izvesti sledeći izrazi: $P = S \cdot \cos \varphi$

$$Q = S \cdot \sin \varphi$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Faktor snage $\cos \varphi$ sada se može definisati količnikom aktivne i prividne snage prijemnika:

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}$$

Izrazi za aktivnu i reaktivnu snagu prijemnika mogu se predstaviti u više oblika:

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

$$P = Z \cdot I^2 \cdot \cos \varphi$$

$$P = R \cdot I^2$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi$$

$$Q = Z \cdot I^2 \cdot \sin \varphi$$

$$Q = X \cdot I^2$$

$$S = U \cdot I$$

$$S = Z \cdot I^2$$

1. Između krajeva prijemnika je uspostavljen prostoperiodični napon efektivne vrednosti $U=220\text{ V}$. Struja prijemnika je prostoperiodična efektivne vrednosti $I=22\text{ A}$ i fazno zaostaje za naponom za $\pi/6$, pri čemu su referentni smerovi za napon i struju usaglašeni. Odrediti snage prijemnika i faktor snage prijemnika.

$$\text{Aktivna snaga: } P = 220 \cdot 20 \cdot \cos \frac{\pi}{6} \cong 3.8 \text{ kW}.$$

$$\text{Prividna snaga: } S = 220 \cdot 20 \cong 4.4 \text{ kVA}.$$

$$\text{Reaktivna snaga: } Q = 220 \cdot 20 \cdot \sin \frac{\pi}{6} \cong 2.2 \text{ kVAr}.$$

Kako je: $Q > 0 \Rightarrow$ pretežno induktivni prijemnik.

$$\text{Faktor snage: } \cos \varphi = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.865$$

$$\text{Faktor snage moguće je odrediti i iz odnosa: } \cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{3.8 \cdot 10^3}{4.4 \cdot 10^3} = 0.865$$

2. Dva prijemnika su vezana na red i uključena u kolo naizmenične struje. Pod ovim okolnostima su prividne snage prijemnika $S_1=4\text{ kVA}$ i $S_2=5\text{ kVA}$. Napon između krajeva prvog prijemnika fazno prednjači struji prijemnika za $5\pi/12$, a struja fazno prednjači naponu između krajeva drugog prijemnika za $\pi/3$. Odrediti prividnu snagu redne veze ovih prijemnika.

Aktivna i reaktivna otpornost redne veze prijemnika su:

$$R = R_1 + R_2 \quad \text{i} \quad X = X_1 + X_2.$$

Množenjem ovih jednačina kvadratom efektivne vrednosti struje prijemnika, za aktivnu i reaktivnu snagu redne veze prijemnika dobija se:

$$P = P_1 + P_2 \quad Q = Q_1 + Q_2$$

Prividna snaga redne veze prijemnika je:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$S = \sqrt{(P_1 + P_2)^2 + (Q_1 + Q_2)^2}$$

$$S = \sqrt{P_1^2 + 2P_1P_2 + P_2^2 + Q_1^2 + 2Q_1Q_2 + Q_2^2}$$

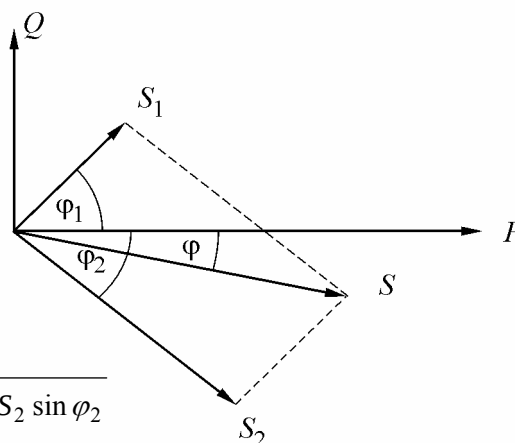
$$S = \sqrt{(P_1^2 + Q_1^2) + (P_2^2 + Q_2^2) + 2P_1P_2 + 2Q_1Q_2}$$

$$S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + 2S_1 \cos \varphi_1 S_2 \cos \varphi_2 + 2S_1 \sin \varphi_1 S_2 \sin \varphi_2}$$

$$S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + 2S_1 S_2 (\cos \varphi_1 \cos \varphi_2 + \sin \varphi_1 \sin \varphi_2)}$$

$$S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + 2S_1 S_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \varphi_1 = 5\pi/12 \\ \varphi_2 = -\pi/3 \end{array} \right\} \Rightarrow S = 3.57 \text{ kVA}$$



3. Redna veza otpornika otpornosti R i kondenzatora kapacitivnosti C je priključena na strujni generator prostoperiodične struje $i_g = 20 \cdot \sin(500t + \pi/3)$ [A]. Izraz za trenutnu snagu koju prima ova redna veza je: $p = 0.6 - \cos(1000t + \pi/4)$ [W]. Odrediti otpornost R i kapacitivnost C .

Neka su izrazi za trenutne vrednosti prostoperiodične struje i i prostoperiodičnog napona u :

$$i = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_1)$$

$$u = U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_2)$$

Trenutna vrednost snage određuje se kao:

$$p = u \cdot i = U_m I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_1) \cdot \sin(\omega t + \varphi_2)$$

$$p = U_m I_m \frac{1}{2} \cdot [\cos(\varphi_1 - \varphi_2) - \cos(2\omega t + \varphi_1 + \varphi_2)]$$

$$p = U \cdot I \cdot [\cos(-\varphi) - \cos(2\omega t + 2\varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_1)]$$

$$p = U \cdot I \cdot \{\cos \varphi - \cos[2(\omega t + \varphi_1) + \varphi]\}$$

$$p = S \cdot \cos \varphi - S \cdot \cos[2(\omega t + \varphi_1) + \varphi]$$

$$p = P - S \cdot \cos[2(\omega t + \varphi_1) + \varphi]$$

Poređenjem dobijenog izraza sa izrazom za trenutnu snagu, koji je dat u zadatku, dobija se:

$$P = 0.6 \text{ W}$$

$$S = 1 \text{ VA}$$

Kako je: $P = R \cdot I_g^2$

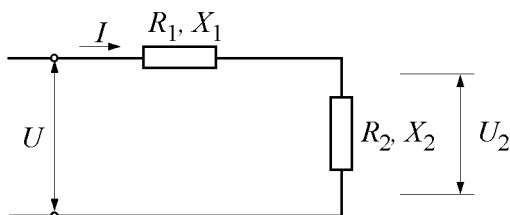
$$\Rightarrow R = \frac{P}{I_g^2} = \frac{P}{\left(\frac{I_m}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{2P}{I_m^2} = \frac{2 \cdot 0.6}{(20 \cdot 10^{-3})^2}$$

$$\underline{R = 3 \text{ k}\Omega}$$

Iz izraza za prividnu snagu sledi: $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(RI_g^2)^2 + \left(\frac{1}{\omega C} I_g^2\right)^2} = I_g^2 \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} C = \frac{1}{\omega \sqrt{\frac{S^2}{I_g^4} - R^2}} \\ I_g = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2}} \text{ A} \\ \omega = 500 \text{ s}^{-1} \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{C = 0.6 \mu\text{F}}$$

4. Za kolo naizmenične struje prikazano na slici poznato je $U = 220 \text{ V}$, $I = 1 \text{ A}$, $U_2 = 220 \text{ V}$. Aktivna i reaktivna otpornost prvog prijemnika su $R_1 = 20 \Omega$ i $X_1 = 20 \Omega$. Odrediti:
- faktor snage drugog prijemnika,
 - faktor snage celog kola.



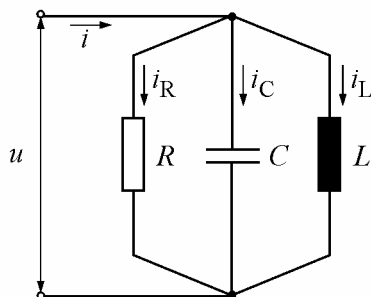
$$\begin{aligned} \text{a) } Z &= \frac{U}{I} = \frac{220}{1} = 220 \Omega && \text{impedansa celog kola} \\ Z_2 &= \frac{U_2}{I} = \frac{220}{1} = 220 \Omega && \text{impedansa drugog prijemnika} \\ Z_1 &= \sqrt{R_1^2 + X_1^2} = 50 \Omega && \text{impedansa prvog prijemnika} \\ \text{tg } \varphi_1 &= \frac{X_1}{R_1} = 0.75 \quad \Rightarrow \quad \varphi_1 = 36.8^\circ && \text{fazna razlika napona i struje prvog prijemnika} \\ Z &= \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2)^2} \\ Z &= \sqrt{Z_1^2 + Z_2^2 + 2Z_1Z_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)} \\ \cos(\varphi_1 - \varphi_2) &= \frac{Z^2 - Z_1^2 - Z_2^2}{2Z_1Z_2} = -0.1136 \\ \text{Jednačina ima dva rešenja: } &(\varphi_1 - \varphi_2)' = 96.52^\circ \\ &(\varphi_1 - \varphi_2)'' = 263.48^\circ \\ \text{Odakle se dobija: } &\varphi_2' \cong -60^\circ \\ &\varphi_2'' \cong -226.68^\circ \end{aligned}$$

Kako se fazna razlika napona i struje φ može nalaziti samo u granicama $\pm \pi/2$, da bi aktivna snaga prijemnika bila pozitivna ($P = UI \cos \varphi > 0$), odnosno da prijemnik ne bi radio kao generator, fazni ugao φ_2 mora zadovoljiti uslov:

$$-\frac{\pi}{2} \leq \varphi_2 \leq \frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad \varphi_2 = -60^\circ \quad \Rightarrow \quad \cos \varphi_2 = 0.5$$

$$\text{b) } \cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R_1 + R_2}{Z} = \frac{R_1 + Z_2 \cos \varphi_2}{Z} = 0.687$$

5. Otpornik otpornosti $R = 200 \Omega$, kalem induktivnosti $L = 2 \text{ mH}$ i kondenzator kapacitivnosti $C = 100 \text{ nF}$ vezani su paralelno, a između njihovih krajeva je uspostavljen prostoperiodični napon efektivne vrednosti $U = 8 \text{ V}$, kružne učestanosti $\omega = 10^5 \text{ s}^{-1}$ i početne faze $\varphi_U = -\pi/4$ prema usvojenom početnom trenutku i referentnom smeru. Odrediti struju kojom se napaja ova paralelna veza.



$$R = 200 \Omega$$

$$X_L = \omega L = 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 200 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{10^5 \cdot 100 \cdot 10^{-9}} = 100 \Omega$$

Efektivne vrednosti struja kroz pojedine prijemnike su:

$$I_R = \frac{U}{R} = 40 \text{ mA}$$

$$I_L = \frac{U}{X_L} = 40 \text{ mA}$$

$$I_C = \frac{U}{X_C} = 80 \text{ mA}.$$

Ekvivalentna struja se određuje kao: $I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2}$

Sa fazorskog dijagrama se može videti da je:

$$I_x = I_R = 40 \text{ mA}$$

$$I_y = I_C - I_L = 40 \text{ mA}$$

$$I = 40\sqrt{2} \text{ mA} = 56 \text{ mA}$$

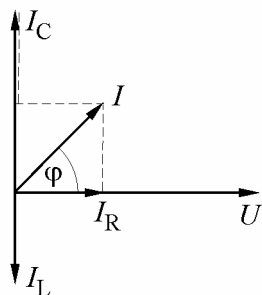
Takođe, sa fazorskog dijagrama se očitava da je:

$$\tan \varphi = \frac{I_L - I_C}{I_R} = -1 \quad \Rightarrow \quad \varphi = -\frac{\pi}{4}$$

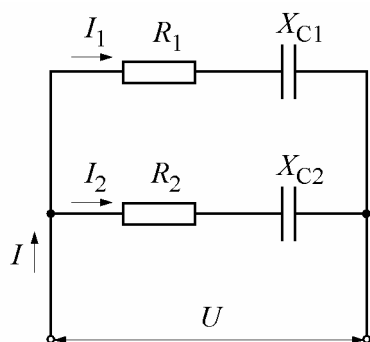
Fazni ugao φ se definiše kao razlika početnih faza napona i struje, odnosno:

$$\varphi = \varphi_U - \varphi_I$$

$$-\frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} - \varphi_I \quad \Rightarrow \quad \underline{\varphi_I = 0}$$



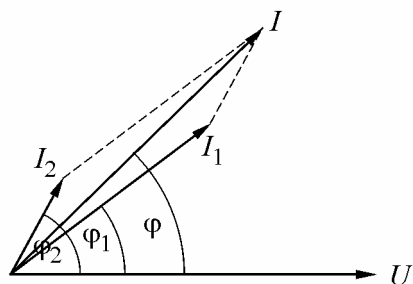
6. Paralelna veza, prikazana na slici, priključena je na napon $U=100\text{ V}$. Odrediti struje pojedinih paralelnih grana i ukupnu struju kola, ako je: $Z_1=25.67\ \Omega$, $\varphi_1=-81^\circ32'$ i $Z_2=61.46\ \Omega$, $\varphi_2=-85^\circ20'$.



$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = 3.9\text{ A}$$

$$I_2 = \frac{U}{Z_2} = 1.63\text{ A}$$

Sa vektorskog dijagrama struja i napona u kolu sledi:



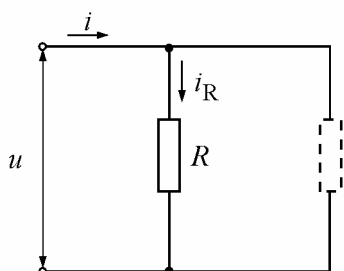
$$I_x = I_1 \cos \varphi_1 + I_2 \cos \varphi_2 = 3.9 \cdot \cos(-81^\circ32') + 1.63 \cdot \cos(-85^\circ20') = 0.70\text{ A}$$

$$I_y = I_1 \sin \varphi_1 + I_2 \sin \varphi_2 = 3.9 \cdot \sin(-81^\circ32') + 1.63 \cdot \sin(-85^\circ20') = 5.48\text{ A}$$

$$I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2} = 5.52\text{ A}$$

$$\varphi = \arctg \frac{I_y}{I_x} = 82^\circ43'$$

7. Otpornik otpornosti R vezan je paralelno jednom elementu nepoznatih karakteristika. Ova paralelna veza je priključena na prostoperiodični napon intenziteta: $u = 120 \sin(4000t - \pi/6)$ [V]. Intenzitet struje grane napajanja je: $i = 6 \sin(4000t + \pi/6)$ [A], pri čemu su referentni smerovi za struju i napon usaglašeni. Odrediti otpornost R i parametre nepoznatog elementa.

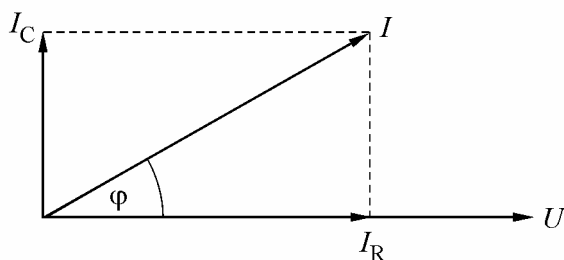


$$u = 120 \cdot \sin\left(4000t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ [V]}$$

$$i = 6 \cdot \sin\left(4000t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ [A]}$$

Fazna razlika napona i struje napajanja paralelne veze je: $\varphi = \varphi_U - \varphi_I = -\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3}$

Obzirom da fazna razlika napona i struje ima negativnu vrednost, celo kolo je kapacitivnog karaktera, odnosno nepoznati element je kondenzator.



Fazorski dijagram struja i napona paralelne veze otpornika i kondenzatora dat je na slici:
Iz izraza za trenutne vrednosti struje i napona imamo:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 4.24 \text{ A}$$

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{120}{\sqrt{2}} = 84.85 \text{ V}$$

Sa fazorskog dijagrama sada sledi:

$$I_R = I \cdot \cos \varphi = \frac{6}{\sqrt{2}} \cdot \cos 60^\circ = \frac{6}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} = 2.12 \text{ A}$$

$$\Rightarrow R = \frac{U}{I_R} = 40 \Omega$$

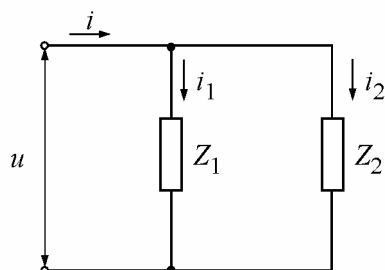
$$I_C = I \cdot \sin \varphi = \frac{6}{\sqrt{2}} \cdot \sin 60^\circ = \frac{6}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3.67 \text{ A}$$

$$\Rightarrow X_C = \frac{U}{I_C} = 23.12 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega \cdot X_C} = \frac{1}{4000 \cdot 23.12} = 10.82 \mu\text{F}$$

8. Dva prijemnika su vezana paralelno i priključena na prostoperiodični napon. Pod ovim okolnostima su: aktivna snaga prvog prijemnika $P_1 = 100 \text{ W}$, efektivna vrednost struje drugog prijemnika $I_2 = 1 \text{ A}$, faktor snage drugog prijemnika $\cos \varphi_2 = 0.8$, efektivna vrednost struje napojne grane $I = 1.5 \text{ A}$ i faktor snage paralelne veze prijemnika $\cos \varphi = 0.9$. Drugi prijemnik, a i paralelna veza oba prijemnika su, pod datim okolnostima, pretežno induktivni. Odrediti:

- efektivnu vrednost struje prvog prijemnika,
- faktor snage prvog prijemnika,
- efektivnu vrednost priključenog napona.



$$a) \quad P = P_1 + P_2$$

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$UI \cos \varphi = UI_1 \cos \varphi_1 + UI_2 \cos \varphi_2 \quad (1)$$

$$UI \sin \varphi = UI_1 \sin \varphi_1 + UI_2 \sin \varphi_2 \quad (2)$$

$$I_1 \cos \varphi_1 = I \cos \varphi - I_2 \cos \varphi_2$$

$$I_1 \sin \varphi_1 = I \sin \varphi - I_2 \sin \varphi_2$$

$$I_1^2 \cos^2 \varphi_1 = I^2 \cos^2 \varphi - 2II_2 \cos \varphi \cos \varphi_2 + I_2^2 \cos^2 \varphi_2$$

$$I_1^2 \sin^2 \varphi_1 = I^2 \sin^2 \varphi - 2II_2 \sin \varphi \sin \varphi_2 + I_2^2 \sin^2 \varphi_2$$

$$I_1^2 = I^2 + I_2^2 - 2II_2 (\cos \varphi \cos \varphi_2 + \sin \varphi \sin \varphi_2)$$

$$I_1 = \sqrt{I^2 + I_2^2 - 2II_2 (\cos \varphi \cos \varphi_2 - \sin \varphi \sin \varphi_2)}$$

$$I_1 = \sqrt{I^2 + I_2^2 - 2II_2 \cos(\varphi - \varphi_2)}$$

$$\cos \varphi_2 = 0.8 \quad \Rightarrow \quad \varphi_2 = 36.87^\circ$$

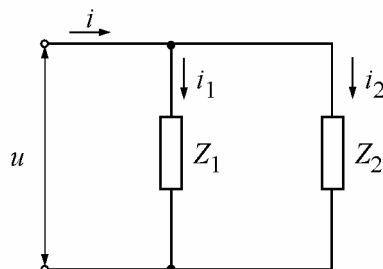
$$\cos \varphi = 0.9 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 25.84^\circ$$

$$I_1 = 0.553 \text{ A}$$

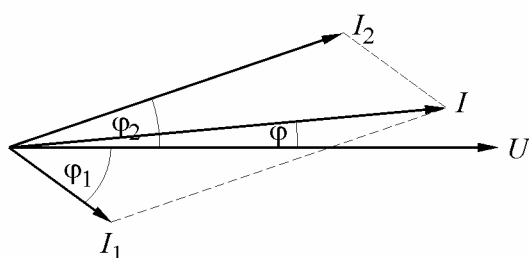
$$b) \text{ Iz jednačine (1) dobija se : } \cos \varphi_1 = \frac{I \cos \varphi - I_2 \cos \varphi_2}{I_1} = \frac{1.5 \cdot 0.9 - 1 \cdot 0.8}{0.553} = \frac{0.55}{0.553} \cong 1$$

$$c) \quad P_1 = UI_1 \cos \varphi_1 \quad \Rightarrow \quad U = \frac{P_1}{I_1 \cos \varphi_1} = \frac{100}{0.553 \cdot \frac{0.55}{0.553}} = 181.81 \text{ V}$$

9. Dva prijemnika su vezana paralelno i priključena na strujni generator prostoperiodične struje. Prvi prijemnik je pretežno induktivan, a drugi pretežno kapacitivan. Faktor snage prvog prijemnika je $\cos\varphi_1=0.8$, a faktor snage drugog prijemnika je $\cos\varphi_2=0.9$. Efektivna vrednost struje prvog prijemnika je tri puta manja od efektivne vrednosti struje drugog prijemnika.
- Odrediti faktor snage celog kola.
 - Ispitati da li je kolo pretežno kapacitivno ili pretežno induktivno.



S obzirom na karakter dva prapalelno vezana prijemnika može se nacrtati vektorski dijagram:



$$\begin{aligned}\cos\varphi_1 &= 0.8 \quad (\text{ind}) \Rightarrow \varphi_1 = 36.87^\circ \\ \cos\varphi_2 &= 0.9 \quad (\text{cap}) \Rightarrow \varphi_2 = -25.84^\circ\end{aligned}$$

$$I_1 = \frac{I_2}{3}$$

$$I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2}$$

$$I_x = I_1 \cos\varphi_1 + I_2 \cos\varphi_2$$

$$I_y = -I_1 \sin\varphi_1 + I_2 \sin\varphi_2$$

U računu su uzete apsolutne vrednosti uglova, odnosno samo njihove brojne vrednosti bez obzira na znak.

$$I^2 = I_x^2 + I_y^2$$

$$I^2 = I_1^2 \cos^2\varphi_1 + I_2^2 \cos^2\varphi_2 + 2I_1I_2 \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 + I_1^2 \sin^2\varphi_1 + I_2^2 \sin^2\varphi_2 - 2I_1I_2 \sin\varphi_1 \sin\varphi_2$$

$$I^2 = I_1^2 + I_2^2 + 2I_1I_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2)$$

$$I = \sqrt{I_1^2 + (3I_1)^2 + 2I_1 \cdot 3I_1 \cos(36.87^\circ + 25.84^\circ)}$$

$$I = \sqrt{10I_1^2 + 6I_1^2 \cos 62.71^\circ}$$

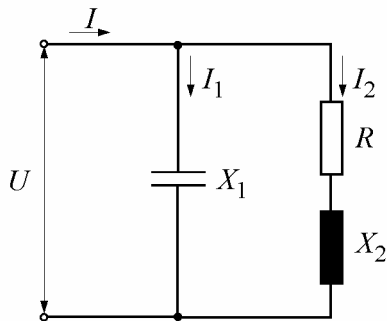
$$I = I_1 \sqrt{10 + 6 \cos 62.71^\circ}$$

$$I = 3.57I_1$$

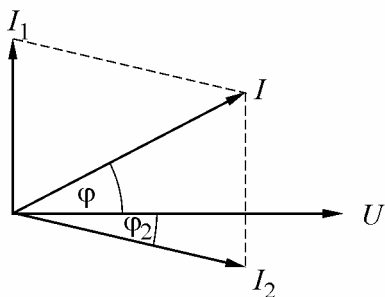
$$\cos\varphi = \frac{I_x}{I} = \frac{I_1 \cos\varphi_1 + I_2 \cos\varphi_2}{I} = \frac{I_1 \cos\varphi_1 + 3I_1 \cos\varphi_2}{I} = \frac{0.8 + 3 \cdot 0.9}{3.57} = 0.98$$

Pod datim okolnostima, kolo je pretežno kapacitivno.

10. Za kolo prikazano na slici poznate su: efektivna vrednost priključenog prostoperiodičnog napona $U=50\text{ V}$, kao i efektivne vrednosti struje svih grana $I=1\text{ A}$, $I_1=1\text{ A}$ i $I_2=1\text{ A}$. Odrediti aktivnu i reaktivnu snagu celoga kola.



Vektorski dijagram struja dva paralelno vezana prijemnika može se predstaviti na sledeći način:



$$I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2}$$

Prvi prijemnik je čisto kapacitivnog karaktera, te struja I_1 fazno prednjači u odnosu na napon za ugao $\varphi_1 = -90^\circ$ (kao što se to vidi sa slike), odnosno biće:

$$I_x = I_2 \cos \varphi_2$$

$$I_y = I_1 - I_2 \sin \varphi_2$$

$$I = \sqrt{I_2^2 \cos^2 \varphi_2 + I_1^2 - 2I_1 I_2 \sin \varphi_2 + I_2^2 \sin^2 \varphi_2}$$

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 - 2I_1 I_2 \sin \varphi_2}$$

$$\sin \varphi_2 = \frac{I_1^2 + I_2^2 - I^2}{2I_1 I_2} = \frac{1}{2}$$

$$\varphi_2 = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$$

$$P = P_1 + P_2 = UI_1 \cos \varphi_1 + UI_2 \cos \varphi_2 = 25\sqrt{3}\text{ W}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = UI_1 \sin \varphi_1 + UI_2 \sin \varphi_2 = -25\text{ VAR}$$