др Владимир Балтић

baltic@viser.edu.rs

06. термин

6. Испитивање тока функција

Испитивање функција:

1. Област дефинисаности функције (или домен функције) D_f

Испитивање функција:

1. Област дефинисаности функције (или домен функције) D_f

2. Нуле и знак функције; пресек са y-осом

Испитивање функција:

1. Област дефинисаности функције (или домен функције) D_f

2. Нуле и знак функције; пресек са y-осом

3. Парност и периодичност функције

Испитивање функција:

1. Област дефинисаности функције (или домен функције) D_f

2. Нуле и знак функције; пресек са y-осом

3. Парност и периодичност функције

4. Граничне вредности функције (лимеси) на крајевима домена D_f и асимптоте функције

Испитивање функција:

1. Област дефинисаности функције (или домен функције) D_f

2. Нуле и знак функције; пресек са y-осом

3. Парност и периодичност функције

4. Граничне вредности функције (лимеси) на крајевима домена D_f и асимптоте функције

5. Први извод, монотоност и локални екстреми функције

Испитивање функција:

1. Област дефинисаности функције (или домен функције) D_f

2. Нуле и знак функције; пресек са y-осом

3. Парност и периодичност функције

4. Граничне вредности функције (лимеси) на крајевима домена D_f и асимптоте функције

5. Први извод, монотоност и локални екстреми функције

6. Други извод, конвексност и превојне тачке функције

Испитивање функција:

1. Област дефинисаности функције (или домен функције) D_f

2. Нуле и знак функције; пресек са y-осом

3. Парност и периодичност функције

4. Граничне вредности функције (лимеси) на крајевима домена D_f и асимптоте функције

5. Први извод, монотоност и локални екстреми функције

6. Други извод, конвексност и превојне тачке функције

$\Rightarrow$ Скицирање графика функције.

Испитивање функција:

$\boxed{\mathbf{1.}}$ Област дефинисаности функције (или домен функције) D_f

$\boxed{\mathbf{2.}}$ Нуле и знак функције; пресек са y-осом

$\boxed{\mathbf{3.}}$ Парност и периодичност функције

4. Граничне вредности функције (лимеси) на крајевима домена D_f и асимптоте функције

5. Први извод, монотоност и локални екстреми функције

6. Други извод, конвексност и превојне тачке функције

$\Rightarrow$ Скицирање графика функције.

$\boxed{1.}$ Област дефинисаности функције (или домен функције) D_f

- $f(x) = \dfrac{g(x)}{h(x)}$ деф $\Rightarrow$ $g(x)$,$h(x)$ деф, $h(x) \neq 0$;

$\boxed{\mathbf{1.}}$ Област дефинисаности функције (или домен функције) D_f

- $f(x) = \dfrac{g(x)}{h(x)}$ деф $\Rightarrow g(x), h(x)$ деф, $h(x) \neq 0$;
- $f(x) = \ln g(x)$ деф $\Rightarrow g(x)$ деф, $g(x) > 0$

  (исто и за било који лог: $f(x) = \log_a g(x)$);

$\boxed{1.}$ Област дефинисаности функције (или домен функције) D_f

- $f(x) = \dfrac{g(x)}{h(x)}$ деф $\Rightarrow g(x), h(x)$ деф, $h(x) \neq 0$;
- $f(x) = \ln g(x)$ деф $\Rightarrow g(x)$ деф, $g(x) > 0$
  (исто и за било који лог: $f(x) = \log_a g(x)$);
- $f(x) = \sqrt{g(x)}$ деф $\Rightarrow g(x)$ деф, $g(x) \geqslant 0$
  (исто и за $\sqrt[4]{}, \sqrt[6]{} \ldots$; $\sqrt[3]{g(x)}$ деф $\Rightarrow g(x)$ деф!);

$\boxed{1.}$ Област дефинисаности функције (или домен функције) D_f

- $f(x) = \dfrac{g(x)}{h(x)}$ деф $\Rightarrow g(x), h(x)$ деф, $h(x) \neq 0$;
- $f(x) = \ln g(x)$ деф $\Rightarrow g(x)$ деф, $g(x) > 0$ (исто и за било који лог: $f(x) = \log_a g(x)$);
- $f(x) = \sqrt{g(x)}$ деф $\Rightarrow g(x)$ деф, $g(x) \geqslant 0$ (исто и за $\sqrt[4]{}$, $\sqrt[6]{}$ …; $\sqrt[3]{g(x)}$ деф $\Rightarrow g(x)$ деф!);
- $f(x) = \begin{matrix} \arcsin g(x) \\ \arccos g(x) \end{matrix}$ деф $\Rightarrow g(x)$ деф, $-1 \leqslant g(x) \leqslant 1$;

1. Област дефинисаности функције (или домен функције) D_f

- $f(x) = \dfrac{g(x)}{h(x)}$ деф $\Rightarrow$ $g(x), h(x)$ деф, $h(x) \neq 0$;
- $f(x) = \ln g(x)$ деф $\Rightarrow$ $g(x)$ деф, $g(x) > 0$
  (исто и за било који лог: $f(x) = \log_a g(x)$);
- $f(x) = \sqrt{g(x)}$ деф $\Rightarrow$ $g(x)$ деф, $g(x) \geqslant 0$
  (исто и за $\sqrt[4]{}, \sqrt[6]{} \ldots$; $\sqrt[3]{g(x)}$ деф $\Rightarrow g(x)$ деф!);
- $f(x) = \begin{matrix} \arcsin g(x) \\ \arccos g(x) \end{matrix}$ деф $\Rightarrow$ $g(x)$ деф, $-1 \leqslant g(x) \leqslant 1$;
- остале ф-је (сем tg и ctg) су УВЕК деф!

$\boxed{\mathbf{2.}}$ Нуле и знак функције; пресек са y-осом

- Нуле и знак функције $\longrightarrow$ II средње!

$\boxed{\mathbf{2.}}$ Нуле и знак функције; пресек са y-осом

- Нуле и знак функције $\longrightarrow$ II средње!
- Пресек са y-осом је $Y\big(0, f(0)\big)$.

$\boxed{\mathbf{3.}}$ Парност и периодичност функције

- $f(x)$ je парна: $(\forall x \in D_f)\ f(-x) = f(x)$.

$\boxed{\mathbf{3.}}$ Парност и периодичност функције

- $f(x)$ je парна: $(\forall x \in D_f)\ f(-x) = f(x)$.
- $f(x)$ je непарна: $(\forall x \in D_f)\ f(-x) = -f(x)$.

$\boxed{\textbf{3.}}$ Парност и периодичност функције

- $f(x)$ је парна: $(\forall x \in D_f)\ f(-x) = f(x)$.
- $f(x)$ је непарна: $(\forall x \in D_f)\ f(-x) = -f(x)$.

Ако није:

$f(-a) \neq f(a) \ \Rightarrow$ није парна.

$f(-a) \neq -f(a) \ \Rightarrow$ није непарна.

$\boxed{\textbf{3.}}$ Парност и периодичност функције

- $f(x)$ је парна: $(\forall x \in D_f)\ f(-x) = f(x)$.
- $f(x)$ је непарна: $(\forall x \in D_f)\ f(-x) = -f(x)$.

Ако није:

$f(-a) \neq f(a) \ \Rightarrow$ није парна.

$f(-a) \neq -f(a) \ \Rightarrow$ није непарна.

Ако није:

Како функција $f(x)$ нема симетричан домен у односу на $x = 0$ она није ни парна ни непарна!

$\boxed{\textbf{3.}}$ Парност и периодичност функције

- $f(x)$ je парна: $(\forall x \in D_f)\ f(-x) = f(x)$.
- $f(x)$ je непарна: $(\forall x \in D_f)\ f(-x) = -f(x)$.

Ако није:

$f(-a) \neq f(a) \ \Rightarrow$ није парна.

$f(-a) \neq -f(a) \ \Rightarrow$ није непарна.

Ако није:

Како функција $f(x)$ нема симетричан домен у односу на $x = 0$ она није ни парна ни непарна!

- $f(x)$ периодична:

$(\exists T > 0)(\forall x \in D_f)\ f(x) = f(x+T)$.

1. 9.1.

Одредити област дефинисаности D_f функције $f(x) = \ln \dfrac{5-x}{x^2-10x+24} - \sqrt[3]{x+5}\,.$

1. 9.1.

Одредити област дефинисаности D_f функције $f(x) = \ln \dfrac{5-x}{x^2-10x+24} - \sqrt[3]{x+5}\,.$

Решење. $\sqrt[3]{x+5}$ увек деф.

1. 9.1.

Одредити област дефинисаности D_f функције $f(x) = \ln \dfrac{5-x}{x^2-10x+24} - \sqrt[3]{x+5}\,.$

Решење. $\sqrt[3]{x+5}$ увек деф.

$\ln \frac{5-x}{x^2-10x+24}$ деф $\Rightarrow \frac{5-x}{x^2-10x+24}$ деф, $\frac{5-x}{x^2-10x+24} > 0$

1. 9.1.

Одредити област дефинисаности D_f функције $f(x) = \ln \dfrac{5-x}{x^2-10x+24} - \sqrt[3]{x+5}\,.$

Решење. $\sqrt[3]{x+5}$ увек деф.

$\ln \frac{5-x}{x^2-10x+24}$ деф $\Rightarrow \frac{5-x}{x^2-10x+24}$ деф, $\frac{5-x}{x^2-10x+24} > 0$

$$\Downarrow$$

$$x^2 - 10x + 24 \neq 0, \ \frac{5-x}{x^2-10x+24} > 0$$

1. 9.1.

Одредити област дефинисаности D_f функције $f(x) = \ln \dfrac{5-x}{x^2-10x+24} - \sqrt[3]{x+5}$.

Решење. $\sqrt[3]{x+5}$ увек деф.

$$\ln \frac{5-x}{x^2-10x+24} \text{ деф} \Rightarrow \frac{5-x}{x^2-10x+24} \text{ деф}, \ \frac{5-x}{x^2-10x+24} > 0$$

$$\Downarrow$$

$$\underbrace{x^2-10x+24 \neq 0, \ \frac{5-x}{x^2-10x+24} > 0}_{\displaystyle \frac{5-x}{x^2-10x+24} > 0.}$$

$$\ln \frac{5-x}{x^2-10x+24} \text{ деф } \Rightarrow \frac{5-x}{x^2-10x+24} > 0.$$

	$(-\infty, 4)$	4	$(4, 5)$	5	$(5, 6)$	6	$(6, +\infty)$
$5-x$	$+$	$+$	$+$	0	$-$	$-$	$-$
$x^2-10x+24$	$+$	x	$-$	$-$	$-$	x	$+$
$\frac{5-x}{x^2-10x+24}$	$+$	x	$-$	0	$+$	x	$-$

$$\ln \frac{5-x}{x^2-10x+24} \text{ деф} \Rightarrow \frac{5-x}{x^2-10x+24} > 0.$$

	$(-\infty,4)$	4	$(4,5)$	5	$(5,6)$	6	$(6,+\infty)$
$5-x$	$+$	$+$	$+$	0	$-$	$-$	$-$
$x^2-10x+24$	$+$	x	$-$	$-$	$-$	x	$+$
$\frac{5-x}{x^2-10x+24}$	$+$	x	$-$	0	$+$	x	$-$

$$x \in (-\infty,4) \cup (5,6)$$

$$\ln \frac{5-x}{x^2-10x+24} \text{ деф} \Rightarrow \frac{5-x}{x^2-10x+24} > 0.$$

	$(-\infty, 4)$	4	$(4, 5)$	5	$(5, 6)$	6	$(6, +\infty)$
$5-x$	$+$	$+$	$+$	0	$-$	$-$	$-$
$x^2-10x+24$	$+$	x	$-$	$-$	$-$	x	$+$
$\frac{5-x}{x^2-10x+24}$	$+$	x	$-$	0	$+$	x	$-$

$$x \in (-\infty, 4) \cup (5, 6)$$

$$D_f = (-\infty, 4) \cup (5, 6) \quad \blacksquare$$

2. 9.2.

Одредити област дефинисаности D_f функције $f(x) = \sqrt{3-x} + \arcsin \dfrac{3-2x}{5}$.

2. 9.2.

Одредити област дефинисаности D_f функције $f(x) = \sqrt{3-x} + \arcsin\dfrac{3-2x}{5}$.

Решење. $\sqrt{3-x}$ деф $\Rightarrow 3-x$ деф, $3-x \geqslant 0$, тј. за $x \in (-\infty, 3]$.

2. 9.2.

Одредити област дефинисаности D_f функције $f(x) = \sqrt{3-x} + \arcsin\dfrac{3-2x}{5}$.

Решење. $\sqrt{3-x}$ деф $\Rightarrow 3-x$ деф, $3-x \geqslant 0$, тј. за $x \in (-\infty, 3]$.

$\arcsin\frac{3-2x}{5}$ деф $\Rightarrow \frac{3-2x}{5}$ деф, $-1 \leqslant \frac{3-2x}{5} \leqslant 1$.

2. 9.2.

Одредити област дефинисаности D_f функције $f(x)=\sqrt{3-x}+\arcsin\dfrac{3-2x}{5}$.

Решење. $\sqrt{3-x}$ деф $\Rightarrow 3-x$ деф, $3-x\geqslant 0$, тј. за $x\in(-\infty,3]$.

$\arcsin\frac{3-2x}{5}$ деф $\Rightarrow \frac{3-2x}{5}$ деф, $-1\leqslant\frac{3-2x}{5}\leqslant 1$.

$$-1\leqslant\frac{3-2x}{5}\ \Rightarrow\ -5\leqslant 3-2x\ \Rightarrow\ 2x\leqslant 8\ \Rightarrow\ x\leqslant 4$$

2. 9.2.

Одредити област дефинисаности D_f функције $f(x) = \sqrt{3-x} + \arcsin\dfrac{3-2x}{5}$.

Решење. $\sqrt{3-x}$ деф $\Rightarrow 3-x$ деф, $3-x \geqslant 0$, тј. за $x \in (-\infty, 3]$.

$\arcsin\frac{3-2x}{5}$ деф $\Rightarrow \frac{3-2x}{5}$ деф, $-1 \leqslant \frac{3-2x}{5} \leqslant 1$.

$$-1 \leqslant \frac{3-2x}{5} \;\Rightarrow\; -5 \leqslant 3-2x \;\Rightarrow\; 2x \leqslant 8 \;\Rightarrow\; x \leqslant 4$$

и

$$\frac{3-2x}{5} \leqslant 1 \;\Rightarrow\; 3-2x \leqslant 5 \;\Rightarrow\; -2 \leqslant 2x \;\Rightarrow\; x \geqslant -1,$$

Решење. $\sqrt{3-x}$ деф $\Rightarrow 3-x$ деф, $3-x \geqslant 0$, тј. за $x \in (-\infty, 3]$.

$\arcsin \frac{3-2x}{5}$ деф $\Rightarrow \frac{3-2x}{5}$ деф, $-1 \leqslant \frac{3-2x}{5} \leqslant 1$.

$$-1 \leqslant \frac{3-2x}{5} \;\Rightarrow\; -5 \leqslant 3-2x \;\Rightarrow\; 2x \leqslant 8 \;\Rightarrow\; x \leqslant 4$$

и

$$\frac{3-2x}{5} \leqslant 1 \;\Rightarrow\; 3-2x \leqslant 5 \;\Rightarrow\; -2 \leqslant 2x \;\Rightarrow\; x \geqslant -1,$$

$x \in [-1, 4]$.

Решење. $\sqrt{3-x}$ деф $\Rightarrow 3-x$ деф, $3-x \geqslant 0$, тј. за $x \in (-\infty, 3]$.

$\arcsin \frac{3-2x}{5}$ деф $\Rightarrow \frac{3-2x}{5}$ деф, $-1 \leqslant \frac{3-2x}{5} \leqslant 1$.

$$-1 \leqslant \frac{3-2x}{5} \ \Rightarrow\ -5 \leqslant 3-2x \ \Rightarrow\ 2x \leqslant 8 \ \Rightarrow\ x \leqslant 4$$

и

$$\frac{3-2x}{5} \leqslant 1 \ \Rightarrow\ 3-2x \leqslant 5 \ \Rightarrow\ -2 \leqslant 2x \ \Rightarrow\ x \geqslant -1,$$

$x \in [-1, 4]$.

$D_f = (-\infty, 3] \cap [-1, 4]$, тј. $D_f = [-1, 3]$. ■

3. 9.4.

Одредити нуле и испитати знак функције

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x}{\sqrt{6 - x - x^2}} \,.$$

3. 9.4.

Одредити нуле и испитати знак функције $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x}{\sqrt{6 - x - x^2}}$.

Решење.

$f(x)$ деф $\Rightarrow \sqrt{6 - x - x^2}$ деф $(6 - x - x^2 \geqslant 0)$

3. 9.4.

Одредити нуле и испитати знак функције $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x}{\sqrt{6 - x - x^2}}$.

Решење.

$f(x)$ деф $\Rightarrow \sqrt{6 - x - x^2}$ деф $(6 - x - x^2 \geqslant 0)$ и $\sqrt{6 - x - x^2} \neq 0$ $(x \neq -3, 2)$

3. 9.4.

Одредити нуле и испитати знак функције

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x}{\sqrt{6 - x - x^2}} \, .$$

Решење.

$f(x)$ деф $\Rightarrow \sqrt{6 - x - x^2}$ деф $(6 - x - x^2 \geqslant 0)$ и $\sqrt{6 - x - x^2} \neq 0$ $(x \neq -3, 2)$ $\Rightarrow D_f = (-3, 2)$.

3. 9.4.

Одредити нуле и испитати знак функције

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x}{\sqrt{6 - x - x^2}}\ .$$

Решење.

$f(x)$ деф $\Rightarrow \sqrt{6 - x - x^2}$ деф $(6 - x - x^2 \geqslant 0)$ и $\sqrt{6 - x - x^2} \neq 0$ $(x \neq -3, 2)$ $\Rightarrow D_f = (-3, 2)$.

$$f(x) = \tfrac{x^2 - 4x}{\sqrt{6 - x - x^2}} = 0$$

3. 9.4.

Одредити нуле и испитати знак функције $f(x)=\dfrac{x^2-4x}{\sqrt{6-x-x^2}}$.

Решење.

$f(x)$ деф $\Rightarrow \sqrt{6-x-x^2}$ деф $(6-x-x^2\geqslant 0)$ и $\sqrt{6-x-x^2}\neq 0$ $(x\neq -3,2)$ $\Rightarrow D_f=(-3,2)$.

$f(x)=\frac{x^2-4x}{\sqrt{6-x-x^2}}=0 \Rightarrow x^2-4x=0$

3. 9.4.

Одредити нуле и испитати знак функције
$$f(x)=\frac{x^2-4x}{\sqrt{6-x-x^2}}\ .$$

Решење.

$f(x)$ деф $\ \Rightarrow \sqrt{6-x-x^2}$ деф $(6-x-x^2\geqslant 0)$ и $\sqrt{6-x-x^2}\neq 0\ (x\neq -3,2)\ \Rightarrow D_f=(-3,2)$.

$f(x)=\frac{x^2-4x}{\sqrt{6-x-x^2}}=0\ \Rightarrow x^2-4x=0$

$\Rightarrow x_1=0$ и $x_2=4$.

3. 9.4.

Одредити нуле и испитати знак функције $f(x) = \dfrac{x^2-4x}{\sqrt{6-x-x^2}}$.

Решење.

$f(x)$ деф $\Rightarrow \sqrt{6-x-x^2}$ деф $(6-x-x^2 \geqslant 0)$ и $\sqrt{6-x-x^2} \neq 0$ $(x \neq -3, 2)$ $\Rightarrow D_f = (-3, 2)$.

$f(x) = \frac{x^2-4x}{\sqrt{6-x-x^2}} = 0 \Rightarrow x^2 - 4x = 0$

$\Rightarrow x_1 = 0$ и $x_2 = 4$.

Али $x_1 = 0 \in D_f$ и $x_2 = 4 \notin D_f$

3. 9.4.

Одредити нуле и испитати знак функције $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x}{\sqrt{6 - x - x^2}}$.

Решење.

$f(x)$ деф $\Rightarrow \sqrt{6 - x - x^2}$ деф $(6 - x - x^2 \geqslant 0)$ и $\sqrt{6 - x - x^2} \neq 0$ $(x \neq -3, 2)$ $\Rightarrow D_f = (-3, 2)$.

$f(x) = \frac{x^2 - 4x}{\sqrt{6 - x - x^2}} = 0 \Rightarrow x^2 - 4x = 0$

$\Rightarrow x_1 = 0$ и $x_2 = 4$.

Али $x_1 = 0 \in D_f$ и $x_2 = 4 \notin D_f$

$\Rightarrow f(x)$ има само једну нулу $x = 0$.

Али $x_1 = 0 \in D_f$ и $x_2 = 4 \notin D_f$

$\Rightarrow$ $f(x)$ има само једну нулу $x = 0$.

Знак помоћу таблице:

	$(-\infty,-3)$	-3	$(-3,0)$	0	$(0,2)$	2	$(2,4)$	4	$(4,+\infty)$
x^2-4x	$+$	$+$	$+$	0	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$\sqrt{6-x-x^2}$	x	x	$+$	$+$	$+$	x	x	x	x
$f(x)$	x	x	$+$	0	$-$	x	x	x	x

Али $x_1 = 0 \in D_f$ и $x_2 = 4 \notin D_f$

$\Rightarrow$ $f(x)$ има само једну нулу $x = 0$.

Знак помоћу таблице:

	$(-\infty, -3)$	-3	$(-3, 0)$	0	$(0, 2)$	2	$(2, 4)$	4	$(4, +\infty)$
$x^2 - 4x$	x	x	$+$	0	$-$	x	x	x	x
$\sqrt{6 - x - x^2}$	x	x	$+$	$+$	$+$	x	x	x	x
$f(x)$	x	x	$+$	0	$-$	x	x	x	x

Знак помоћу таблице:

	$(-\infty,-3)$	-3	$(-3,0)$	0	$(0,2)$	2	$(2,4)$	4	$(4,+\infty)$
x^2-4x	x	x	$+$	0	$-$	x	x	x	x
$\sqrt{6-x-x^2}$	x	x	$+$	$+$	$+$	x	x	x	x
$f(x)$	x	x	$+$	0	$-$	x	x	x	x

Добили смо да je $f(x) > 0$ за $x \in (-3,0)$, $f(x) = 0$ за $x = 0$ и $f(x) < 0$ за $x \in (0,2)$.

Знак помоћу таблице:

	$(-\infty,-3)$	-3	$(-3,0)$	0	$(0,2)$	2	$(2,4)$	4	$(4,+\infty)$
x^2-4x	x	x	$+$	0	$-$	x	x	x	x
$\sqrt{6-x-x^2}$	x	x	$+$	$+$	$+$	x	x	x	x
$f(x)$	x	x	$+$	0	$-$	x	x	x	x

Добили смо да је $f(x) > 0$ за $x \in (-3,0)$, $f(x) = 0$ за $x = 0$ и $f(x) < 0$ за $x \in (0,2)$.

Знак помоћу таблице:

	$(-\infty,-3)$	-3	$(-3,0)$	0	$(0,2)$	2	$(2,4)$	4	$(4,+\infty)$
x^2-4x	x	x	$+$	0	$-$	x	x	x	x
$\sqrt{6-x-x^2}$	x	x	$+$	$+$	$+$	x	x	x	x
$f(x)$	x	x	$+$	0	$-$	x	x	x	x

Добили смо да je $f(x) > 0$ за $x \in (-3,0)$, $f(x) = 0$ за $x = 0$ и $f(x) < 0$ за $x \in (0,2)$.

Знак помоћу таблице:

	$(-\infty,-3)$	-3	$(-3,0)$	0	$(0,2)$	2	$(2,4)$	4	$(4,+\infty)$
x^2-4x	x	x	$+$	0	$-$	x	x	x	x
$\sqrt{6-x-x^2}$	x	x	$+$	$+$	$+$	x	x	x	x
$f(x)$	x	x	$+$	0	$-$	x	x	x	x

Добили смо да је $f(x) > 0$ за $x \in (-3,0)$, $f(x) = 0$ за $x = 0$ и $f(x) < 0$ за $x \in (0,2)$.

4. 9.5.

Испитати парност функције $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x}{\sqrt{6 - x - x^2}}$.

4. 9.5.

Испитати парност функције $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x}{\sqrt{6 - x - x^2}}$.

Решење. $D_f = (-3, 2)$.

Како функција $f(x)$ нема симетричан домен у односу на $x = 0$ она није ни парна ни непарна! ∎

5. 9.6.

Испитати парност функције $f(x) = \dfrac{e^x + 1}{e^x - 1}$.

5. 9.6.

Испитати парност функције $f(x) = \dfrac{e^x + 1}{e^x - 1}$.

Решење. $D_f = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$.

$$f(-x) = \frac{e^{-x} + 1}{e^{-x} - 1}$$

5. 9.6.

Испитати парност функције $f(x) = \dfrac{e^x + 1}{e^x - 1}$.

Решење. $D_f = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$.

$$f(-x) = \frac{e^{-x}+1}{e^{-x}-1} = \frac{\frac{1}{e^x}+1}{\frac{1}{e^x}-1} = \frac{\frac{1+e^x}{e^x}}{\frac{1-e^x}{e^x}} = \frac{1+e^x}{1-e^x} =$$

$$-\frac{e^x+1}{e^x-1} = -f(x)$$

5. 9.6.

Испитати парност функције $f(x) = \dfrac{e^x + 1}{e^x - 1}$.

Решење. $D_f = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$.

$$f(-x) = \frac{e^{-x} + 1}{e^{-x} - 1} = \frac{\frac{1}{e^x} + 1}{\frac{1}{e^x} - 1} = \frac{\frac{1+e^x}{e^x}}{\frac{1-e^x}{e^x}} = \frac{1 + e^x}{1 - e^x} =$$

$$-\frac{e^x + 1}{e^x - 1} = -f(x) \qquad (\forall x \in D_f)$$

$\Rightarrow$ функција $f(x)$ је непарна. ■

6. 9.7.

Испитати парност $f(x) = \sin x - \cos x$.

6. 9.7.

Испитати парност $f(x) = \sin x - \cos x$.

Решење. $D_f = (-\infty, +\infty)$.

6. 9.7.

Испитати парност $f(x) = \sin x - \cos x$.

Решење. $D_f = (-\infty, +\infty)$.

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sin\frac{\pi}{4} - \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

6. 9.7.

Испитати парност $f(x) = \sin x - \cos x$.

Решење. $D_f = (-\infty, +\infty)$.

$f(\frac{\pi}{4}) = \sin\frac{\pi}{4} - \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ и

$f(-\frac{\pi}{4}) = \sin(-\frac{\pi}{4}) - \cos(-\frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2}$.

6. 9.7.

Испитати парност $f(x) = \sin x - \cos x$.

Решење. $D_f = (-\infty, +\infty)$.

$f(\frac{\pi}{4}) = \sin\frac{\pi}{4} - \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ и

$f(-\frac{\pi}{4}) = \sin(-\frac{\pi}{4}) - \cos(-\frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2}$.

$$f(\tfrac{\pi}{4}) = 0 \neq -\sqrt{2} = f(-\tfrac{\pi}{4})$$

$\Rightarrow f(x)$ није парна.

6. 9.7.

Испитати парност $f(x) = \sin x - \cos x$.

Решење. $D_f = (-\infty, +\infty)$.

$f(\frac{\pi}{4}) = \sin\frac{\pi}{4} - \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ и
$f(-\frac{\pi}{4}) = \sin(-\frac{\pi}{4}) - \cos(-\frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2}$.

$$f(\tfrac{\pi}{4}) = 0 \neq -\sqrt{2} = f(-\tfrac{\pi}{4})$$

$\Rightarrow$ $f(x)$ није парна.

$$f(\tfrac{\pi}{4}) = 0 \neq \sqrt{2} = -f(-\tfrac{\pi}{4})$$

$\Rightarrow$ $f(x)$ није непарна. ■

7. 9.8.

Доказати да је функција $f(x) = \sqrt{\sin(\pi x + 2\pi)}$ периодична и наћи основни период.

7. 9.8.

Доказати да је функција $f(x) = \sqrt{\sin(\pi x + 2\pi)}$ периодична и наћи основни период.

Решење.

$$\sin\left(\pi(x+T)+2\pi\right) = \sin\left(\pi x + 2\pi + \pi T\right)$$

7. 9.8.

Доказати да је функција $f(x) = \sqrt{\sin(\pi x + 2\pi)}$ периодична и наћи основни период.

Решење.

$\sin\big(\pi(x+T) + 2\pi\big) = \sin\big(\pi x + 2\pi + \pi T\big)$

и синус периодична ф. са периодом 2π

7. 9.8.

Доказати да је функција $f(x) = \sqrt{\sin(\pi x + 2\pi)}$ периодична и наћи основни период.

Решење.

$\sin\big(\pi(x+T) + 2\pi\big) = \sin\big(\pi x + 2\pi + \pi T\big)$

и синус периодична ф. са периодом 2π

$\Rightarrow$ можемо узети $T = 2$

7. 9.8.

Доказати да је функција $f(x) = \sqrt{\sin(\pi x + 2\pi)}$ периодична и наћи основни период.

Решење.

$\sin\big(\pi(x+T) + 2\pi\big) = \sin\big(\pi x + 2\pi + \pi T\big)$

и синус периодична ф. са периодом 2π

$\Rightarrow$ можемо узети $T = 2$

$\Rightarrow$ $f(x) = f(x+2)$, па је $f(x)$ периодична.

7. 9.8.

Доказати да је функција $f(x) = \sqrt{\sin(\pi x + 2\pi)}$ периодична и наћи основни период.

Решење.
$\sin\big(\pi(x+T)+2\pi\big) = \sin\big(\pi x + 2\pi + \pi T\big)$
и синус периодична ф. са периодом 2π
$\Rightarrow$ можемо узети $T = 2$
$\Rightarrow$ $f(x) = f(x+2)$, па је $f(x)$ периодична.

Основни период синуса је 2π $\Rightarrow$ основни период $f(x)$ је $\omega = 2$. ■

8. 9.5.

Испитати периодичност ф-je $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x}{\sqrt{6 - x - x^2}}$.

8. 9.5.

Испитати периодичност ф-је $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x}{\sqrt{6 - x - x^2}}$.

Решење. Раније смо добили да функција $f(x)$ има само једну нулу $x = 0$.

Како се __нуле__ не понављају периодично, $f(x)$ није периодична! ■

9. I кол. 2017-8.

Нека је дата функција $f(x) = \dfrac{e^{2/x}}{x^2 - 4}$.

а) Одредити област дефинисаности D_f ове функције.

б) Одредити нуле и знак функције.

в) Испитати да ли је дата функција парна/непарна.

9. I кол. 2017-8.

Нека је дата функција $f(x) = \dfrac{e^{2/x}}{x^2 - 4}$.

а) Одредити област дефинисаности D_f ове функције.

б) Одредити нуле и знак функције.

в) Испитати да ли је дата функција парна/непарна.

ЗА ДОМАЋИ!

КРАЈ ЧАСА