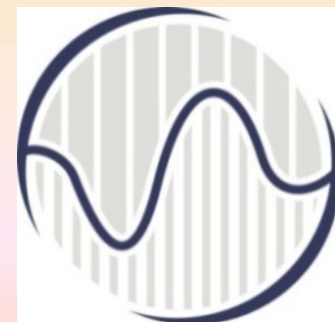


**VISOKA ŠKOLA ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA STRUKOVNIH STUDIJA-
VIŠER, BEOGRAD**

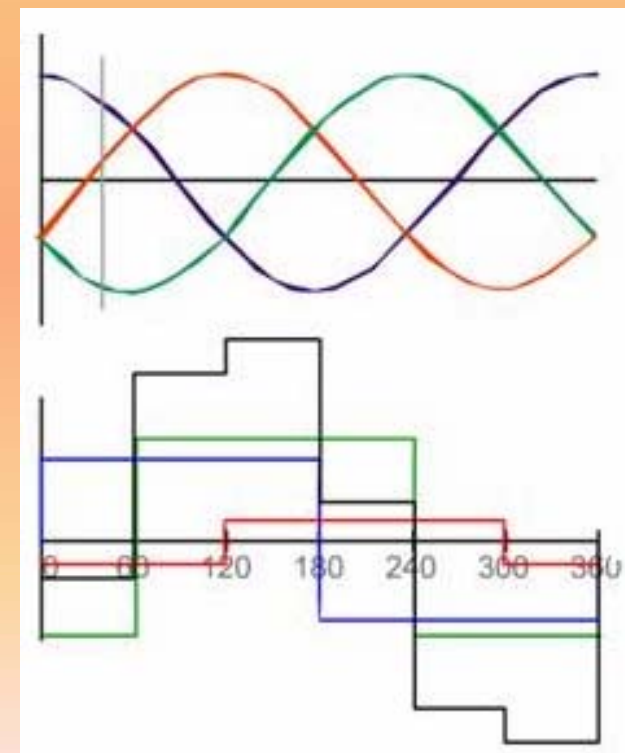
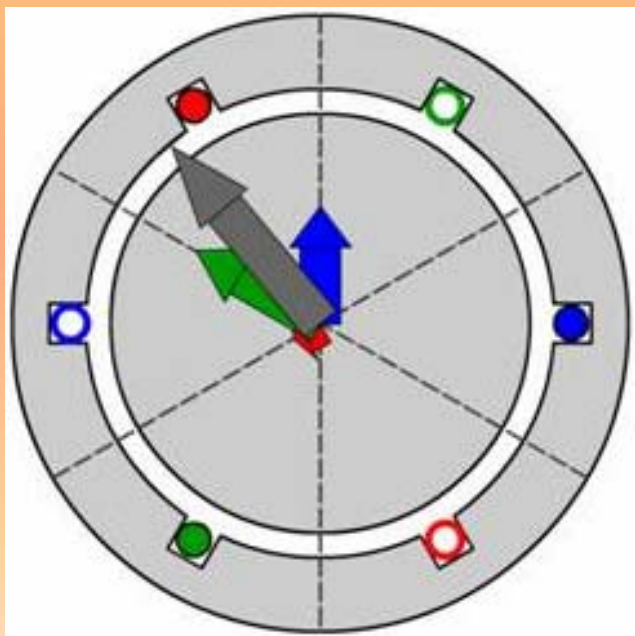
STUDIJSKI PROGRAM: NOVE ENERGETSKE TEHNOLOGIJE

SPECIALISTIČKE STUDIJE

PREDMET: MONITORING I DIJAGNOSTIKA ELEKTRIČNIH MAŠINA



TROFAZNO OBRTNO MAGNETNO POLJE- OSNOVNE PREDSTAVE



Predmetni profesor:
Dr Željko Despotović, dipl.el.inž

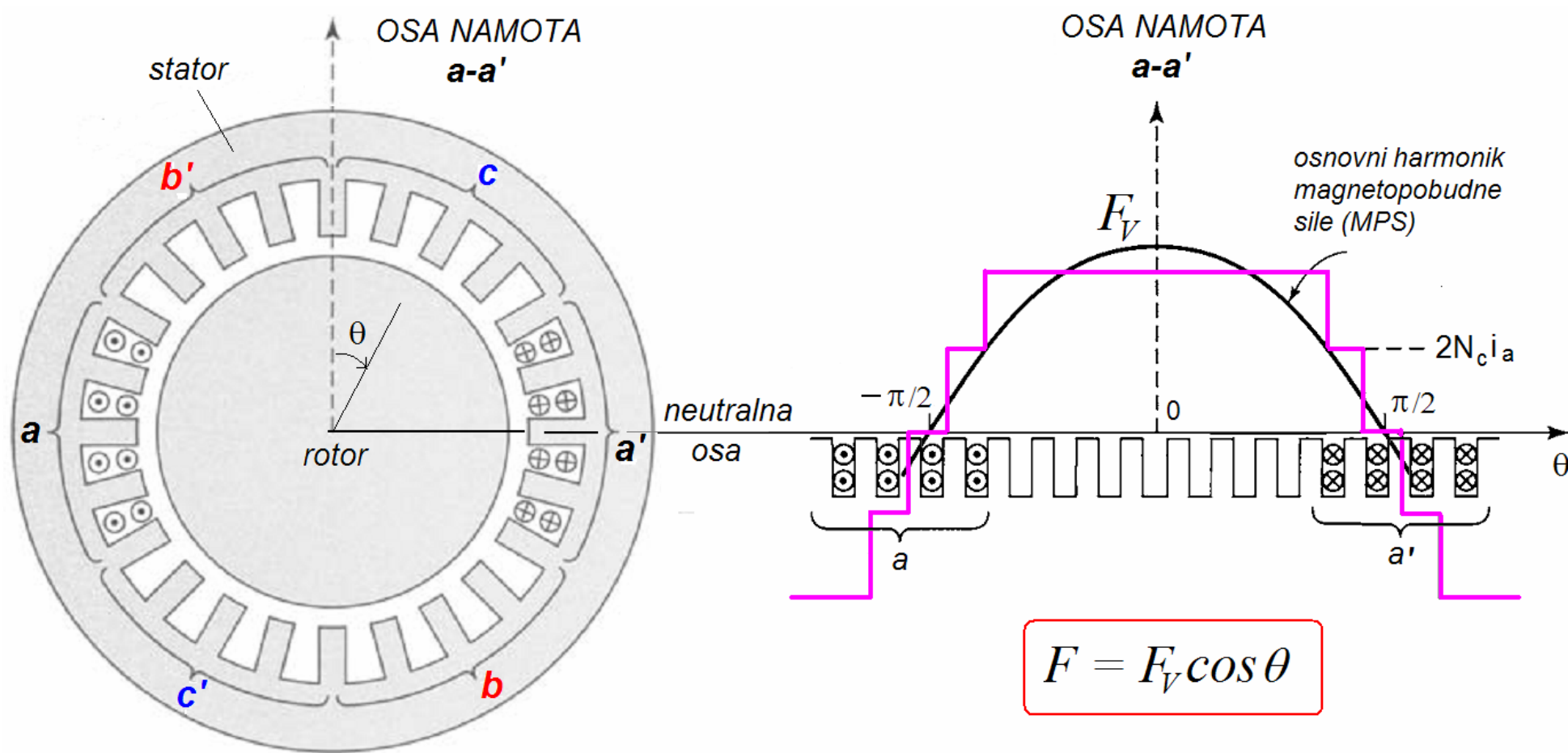
UVOD

- Obrtno magnetno polje je magnetno polje koje nastaje kao rezultat super-pozicije dva ili više magnetnih polja identičnih frekvencija, ali prostorno i vremenski pomerenih.
- Dakle govori se o dvostrukoj trofaznosti (prostornoj i vremenskoj).
- Fenomen magnetnog polja u strogoj naučnoj formi je opisan prvi put 1888 godine od strane srpskog inženjera i naučnika Nikole Tesle.
- Rezultat ovog izuma su brojne primene obrtnog magnetnog polja, od kojih su najznačajnije obrtne indukcione mašine (elektromotori i generatori).

- Obrtno magnetno polje u trofaznim naizmeničnim električnim mašinama je prouzrokovano trofaznim strujama koje napajaju tri namotaja koji su međusobno prostorno pomereni za 120° .
- Obrtno magnetno polje u monofaznim naizmeničnim električnim mašinama je prouzrokovano dvofaznim strujama koje napajaju dva namotaja koji su međusobno prostorno pomereni za 90° .
- U ovom dokumentu će biti prezentirana jednostavna matematička predstava stacionarnog obrtnog magnetnog polja sa ciljem da se čitaocu na jednostavan način razjasni princip funkcionisanja obrtnog magnetnog polja.
- Prvo će radi sistematičnog pristupa biti prezentirani načini funkcionisanja jednosmernog dvopolnog polja, zatim naizmeničnog dvopolnog polja i nakon toga trofaznog i jednofaznog obrtnog magnetnog polja.

JEDNOSMERNO MAGNETNO POLJE

- Razmatra se mašina sa cilindričnim rotorom i statorom. Pretpostavimo da je u žlebovima smešten dvopolni namotaj kroz koji propuštamo jednosmernu struju, kao što je prikazano na Slici 1.



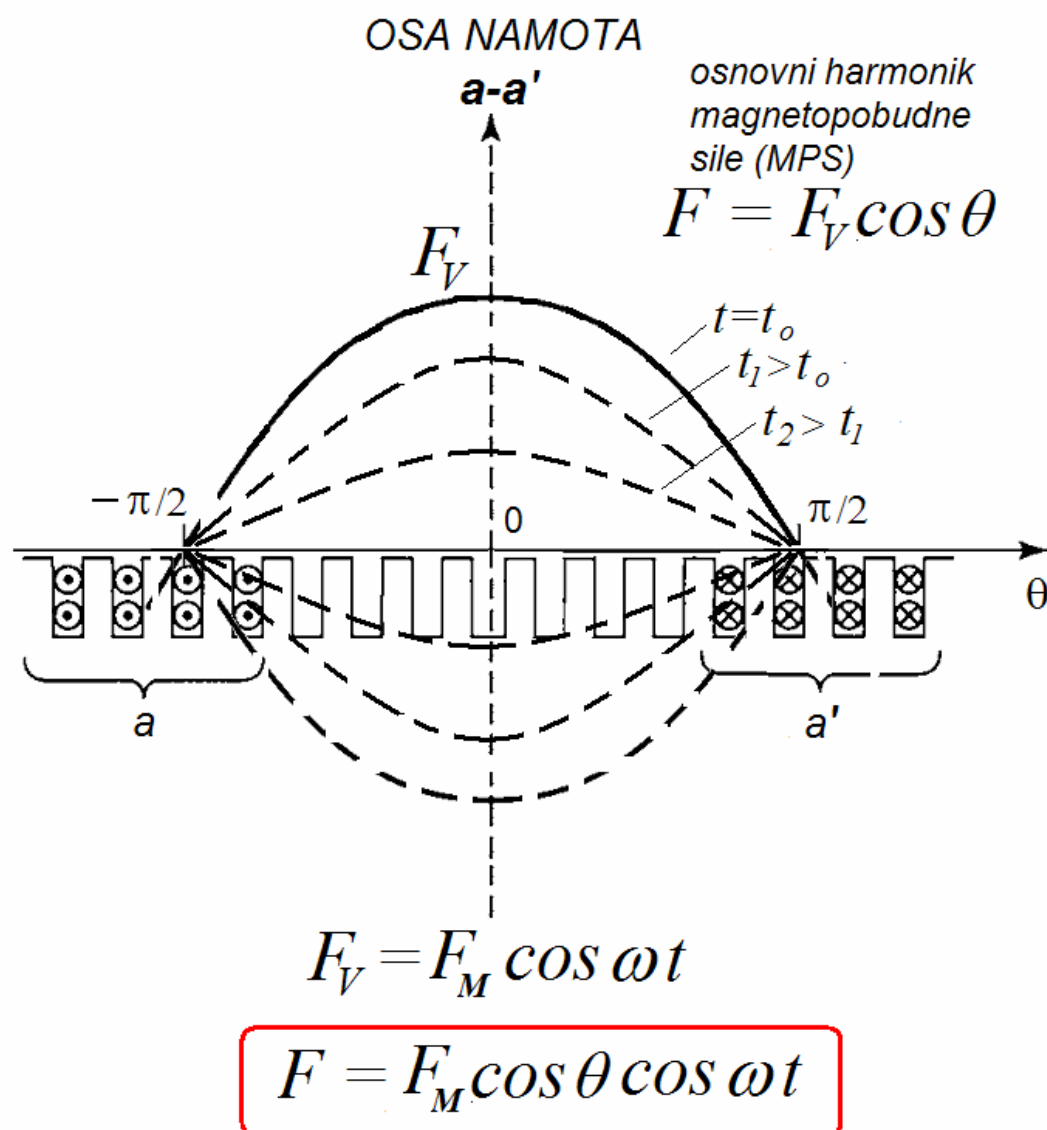
Slika 1- Jednosmerno polje u mašini sa cilindričnim rotorom,
(a)-poprečni presek mašine i dispozicija jednogpolnog namotaja, (b)-raspodela MPS u mašini

- Magnetopobudna sila (MPS) u vazdušnom procepu ima najveću vrednost u prostoru između žlebova, jer se magnetno polje koje prolazi kroz taj prostor obuhvata sa svim provodnicima namotaja na statoru, kao što pokazuje Slika 1(a).
- Stvarna raspodela MPS u vazdušnom procepu je pravougaona ali i stepenastog oblika. Ako je magnetno kolo linearno (nema zasićenja), a obzirom da je vazdušni procep ravnomeran i magnetna indukcija će biti pravougaona odnosno stepenasta, kao što je pokazano na Slici 1(b).
- Ukoliko je veći broj žlebova kriva raspodele MPS se približava trapeznom obliku.
- Ukoliko bi namotaj bio raspodeljen duž celog obima oblik MPS bi bio trougaoni.

- Moguće je trapezni oblik razložiti na osnovni harmonik i niz viših harmonika. Obično se posmatra osnovni harmonik.
- Ustvari se pretpostavlja da raspodeljeni namotaj koji je prikazan na Slici 1 stvara u ravnomernom zazoru MPS i fluks prostoperiodične -kosinusne raspodele po obimu.
- Na osnovu rečenog MPS ima najveću vrednost u osi namotaja , dok je jednaka nuli u neutralnoj osi.
- Napomenimo da je neutralna osa normalno postavljena u odnosu na osu namotaja.
- MPS koja je od ose namotaja pomerena za ugao je data relacijom:

$$F = F_V \cdot \cos \theta \quad (1)$$

NAIZMENIČNO MAGNETNO POLJE



- Pretpostavimo da smo namotaj priključili na sinusni napon.
- Tada će se i MPS i indukcija menjati po sinusnom zakonu u bilo kojoj tački vazdušnog procepa po obimu mašine.
- Označimo sa F_M maksimalnu vrednost MPS u osi namotaja.

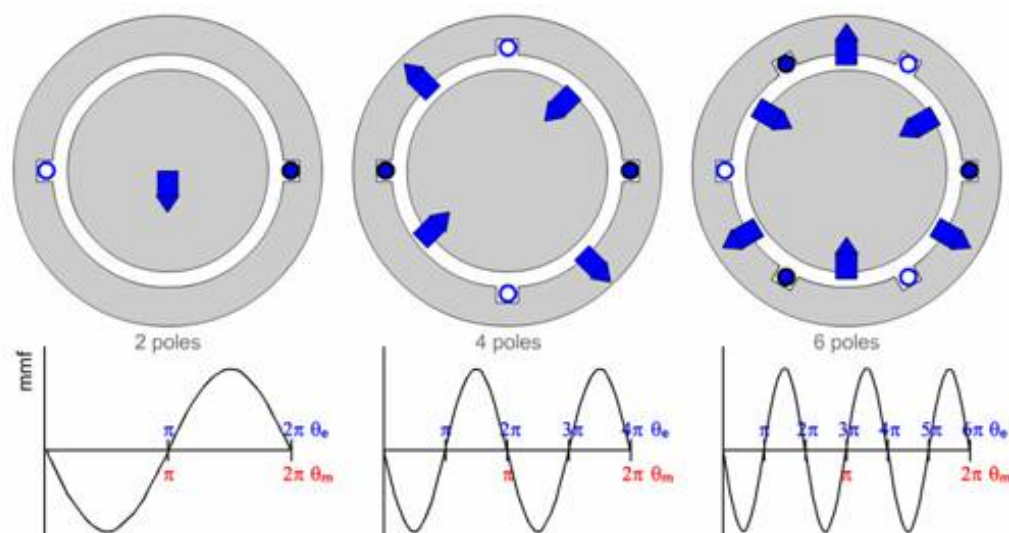
- U slučaju da se *vreme* t računa od trenutka kada je MPS maksimalna važe sledeće relacije:

$$F_V = F_M \cdot \cos \theta \quad (2)$$

$$F = F_M \cdot \cos \theta \cdot \cos \omega t \quad (3)$$

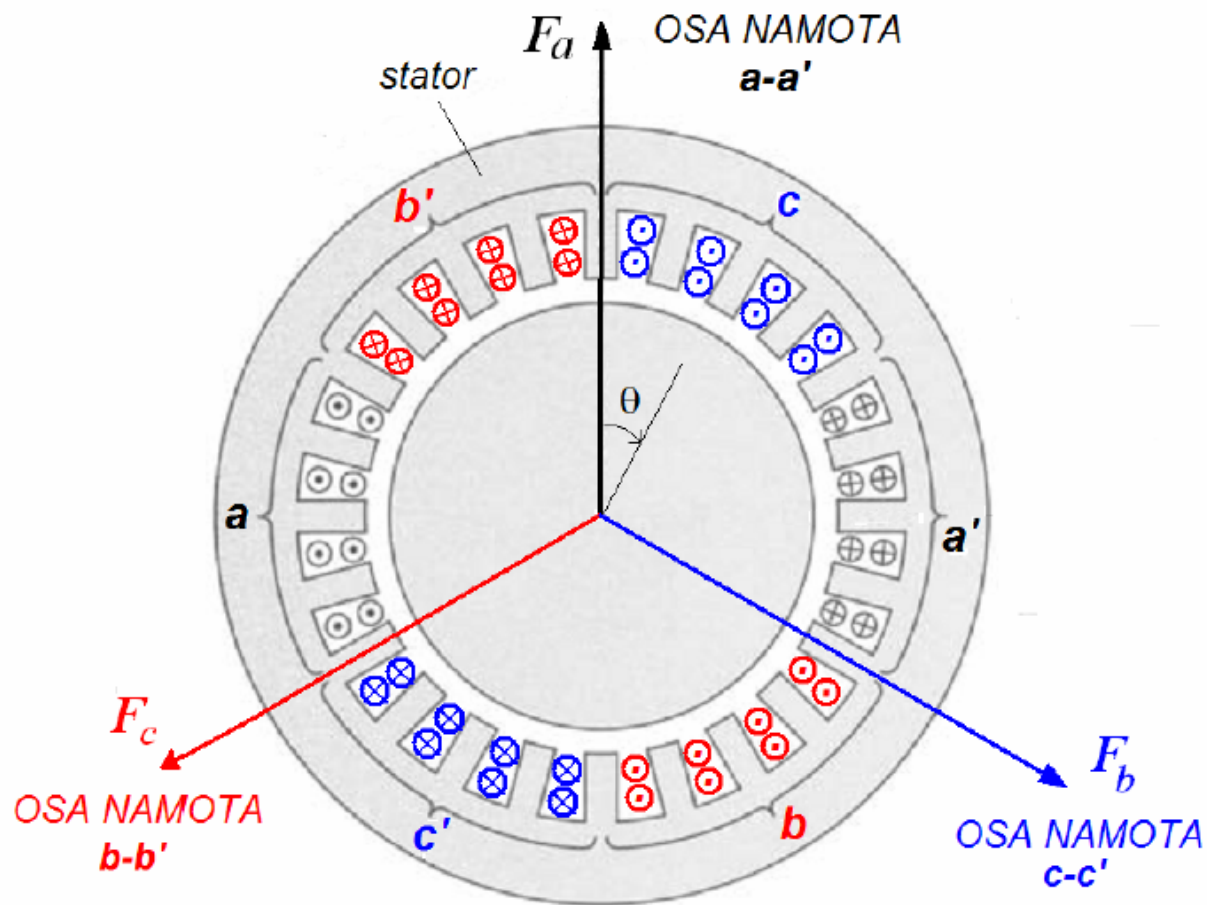
Promenom MPS u vremenu menja se i njena kosinusna raspodela po obimu mašine u pojedinim trenutcima vremena $t_0, t_1, t_2, \dots, t_n$ kao što pokazuje Slika 2.

Definišimo sada *osu polja* kao pravac u kome osnovni talas MPS ima maksimalnu vrednost F_M . U posmatranom slučaju sa Slike 2, osa magnetnog polja ima stalan pravac i poklapa se sa osom namotaja $a-a'$, ali se menja u vremenu. Ovakvo polje se naziva *naizmenično* ili *pulsaciono*.



TROFAZNO OBRTNO MAGNETNO POLJE

Obrtno magnetno polje se može dobiti sa trofaznim namotajem postavljenim na statoru mašine, odnosno sa tri namotaja čije su ose jedna u odnosu na drugu pomerene za prostorni električni ugao od 120° i kada se oni priključe na sinusne napone pomerene fazno u vremenu za ugao 120° (ustvari obrazuju simetričan trofazni sistem). Dakle ovim je ostvarena dvostruka polifaznost: prostorna i vremenska i to za isti ugao od 120° .



Slika 3- Trofazni statorski namotaj i raspodela MPS po fazama

Svaki od tri prostorno pomerena namotaja $a-a'$, $b-b'$ i $c-c'$, stvaraju svaki za sebe svoje magnetno polje, tako da se ceo sistem može opisati jednačinama:

$$F_a = F_M \cdot \cos \theta \cdot \cos \omega t \quad (4)$$

$$F_b = F_M \cdot \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \cdot \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \quad (5)$$

$$F_c = F_M \cdot \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \cdot \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \quad (6)$$

Ugao θ po obimu se računa od ose faze namotaja $a-a'$, prema referentnom smeru na Slici 3, dok se vreme računa od trenutka kada je MPS u fazi namotaja $a-a'$ maksimalna (tada je maksimalna i struja u toj fazi).

Rezultantna MPS u posmatranoj tački po obimu sa ugaonim pomerajem θ , i u vremenskom trenutku t se može napisati sledećom relacijom:

$$F(\theta) = F_a + F_b + F_c \quad (7)$$

Uzimajući u obzir relacije (4)-(6) jednačina (7) se može napisati u formi:

$$F(\theta) = F_M \cdot \cos \theta \cdot \cos \omega t + F_M \cdot \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \cdot \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) + F_M \cdot \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \cdot \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \quad (8)$$

Uzimajući u obzir trigonometrijsku relaciju:

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \cdot \cos(\alpha + \beta) + \frac{1}{2} \cdot \cos(\alpha - \beta) , \quad (9)$$

dobija se da je rezultantna MPS $F(\theta)$ jednaka:

$$F(\theta) = \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta + \omega t) + \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta - \omega t) + \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta + \omega t + \frac{4\pi}{3}) + \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta - \omega t) + \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta + \omega t - \frac{4\pi}{3}) + \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta - \omega t) \quad (10)$$

Obzirom da je

$$\cos(\theta + \omega t - \frac{4\pi}{3}) = \cos(\theta + \omega t - (2\pi - \frac{2\pi}{3})) = \cos(\theta + \omega t + \frac{2\pi}{3})$$

izraz (10) možemo napisati u sledećoj formi:

$$F(\theta) = \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta + \omega t) + \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta - \omega t) + \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta + \omega t + \frac{4\pi}{3}) + \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta - \omega t) + \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta + \omega t + \frac{2\pi}{3}) + \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta - \omega t)$$

Pošto je zbir prvog, trećeg i petog člana u prethodnoj jednačini jednak nuli, odnosno:

$$\frac{1}{2}F_M \cdot \cos(\theta + \omega t) + \frac{1}{2}F_M \cdot \cos(\theta + \omega t + \frac{2\pi}{3}) + \frac{1}{2}F_M \cdot \cos(\theta + \omega t + \frac{4\pi}{3}) = 0 \quad (11)$$

dobijamo da je rezultatna MPS u vazdušnom zazoru mašine jednaka:

$$F(\theta, t) = \frac{1}{2}F_M \cdot \cos(\theta - \omega t) + \frac{1}{2}F_M \cdot \cos(\theta - \omega t) + \frac{1}{2}F_M \cdot \cos(\theta - \omega t)$$

Odnosno, sabirajući članove u prethodnoj jednačini se dobija konačan izraza za rezultatnu MPS:

$$F(\theta, t) = \frac{3}{2}F_M \cdot \cos(\theta - \omega t) \quad (12)$$

Ova jednačina važi za trofazni sistem, dok je u opštem slučaju za polifazni, odnosno q - fazni sistem moguće napisati sledeću relaciju:

$$F(\theta, t) = \frac{q}{2}F_M \cdot \cos(\theta - \omega t) \quad (13)$$

Amplituda rezultatnog polja za trofazni sistem je iz jednačine (12) jednaka :

$$F_A = \frac{3}{2}F_M \quad (14)$$

odnosno za q - fazni sistem iz jednačine (13):

$$F_A = \frac{q}{2}F_M \quad (15)$$

Funkcija oblika $y = \cos(x - \omega t)$ predstavlja putujući talas u razvijenom obliku, odnosno jedan obrtni talas jedinične amplitude koji se okreće stalnom ugaonom brzinom ω . U realnom slučaju je to obrtni talas konstantne amplitude, koja je data relacijom (14), koji se obrće stalnom ugaonom brzinom ω jednakom kružnom učestanošću napojne mreže $\omega = \omega_m = 2\pi f_m$, iz koje sa napaja posmatrani namotaj statora. Linearna učestanost mreže je označena sa f_m .

Za $\omega t = 0$ maksimum polja se nalazi u tački određenoj uglom θ iz jednačine (12), odnosno:

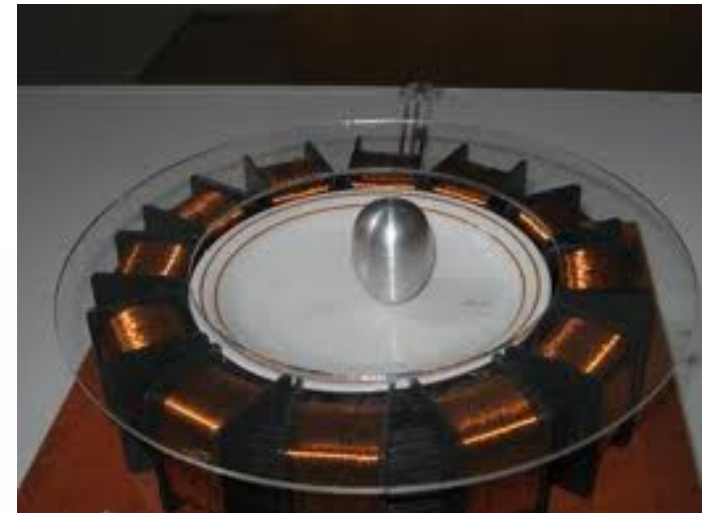
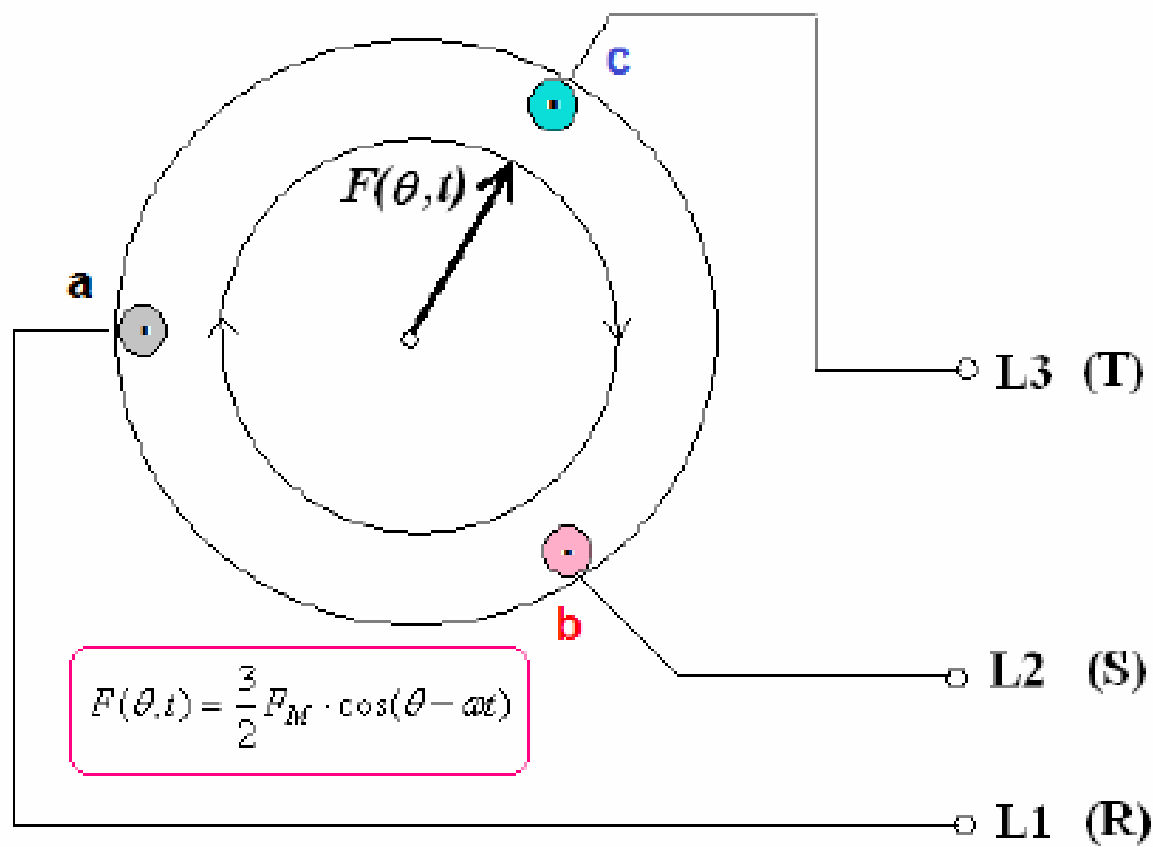
$$F(\theta, t) = F(\theta, 0) = \frac{3}{2} F_M \cdot \cos \theta \quad (16)$$

Za $\theta = 0$ maksimum se nalazi u osi namotaja $a-a'$, odnosno osi faze a . Za $\omega t = 2\pi/3$ magnetopobudna sila polja je jednaka:

$$F(\theta, t) = F(\theta, 2\pi/3) = \frac{3}{2} F_M \cdot \cos(\theta - 2\pi/3) \quad (17)$$

Odnosno maksimum MPS će se dobiti za $\theta = 2\pi/3$, što znači da se on nalazi u osi namotaja $b-b'$, odnosno faze b . Za $\theta = 4\pi/3$ maksimum će se nalaziti u osi faze c .

U prethodnom razmatranju smo pretpostavili da su namotaji $a-a'$, $b-b'$ i $c-c'$ priključeni na faze trofaznog izvora čiji je redosled L1, L2, L3 (R,S,T) i za ovaj slučaj važe prethodno napisane jednačine namotaja, odnosno naizmeničnih polja namotaja F_a, F_b, F_c . Smer obrtnog magnetnog polja u ovom slučaju bi bio kao na Slici 4.

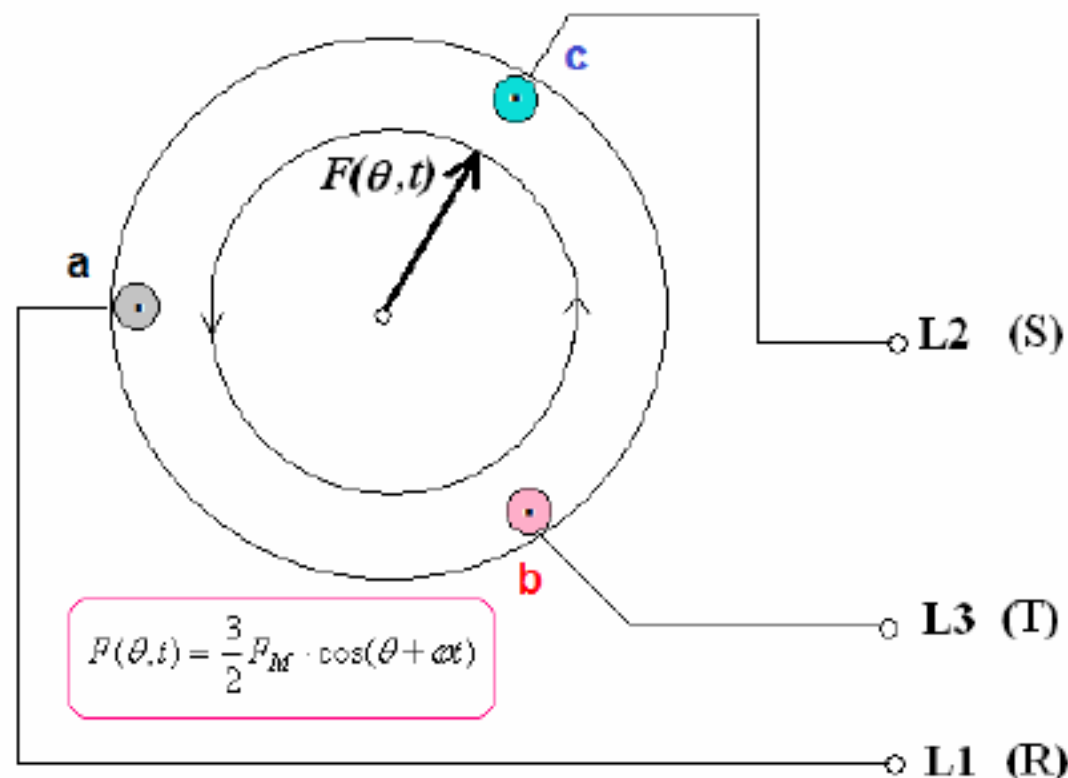


Slika 4- Smer obrtnog magnetnog polja za *RST* redosled struja

Ako bi namotaje $a-a'$, $b-b'$ i $c-c'$ priključili faze trofaznog izvora drugim redosledom, namotaja $a-a'$ na fazu L1 (R), namotaj $b-b'$ na fazu L3(T) i namotaj $c-c'$ na fazu L2(S), maksimum polja će u trenutku $\omega t = 0$ biti u osi namotaja $a-a'$, u trenutku $\omega t = 2\pi/3$ u osi namotaja $c-c'$ i u trenutku $\omega t = 4\pi/3$ u osi namotaja $b-b'$. Ovo znači da će smer obrtnog polja biti suprotan od prethodnog slučaja, pa će shodno tome izraz za resultantnu MPS u indukcionoj mašini biti:

$$F(\theta, t) = \frac{3}{2} F_M \cdot \cos(\theta + \omega t) \quad (18)$$

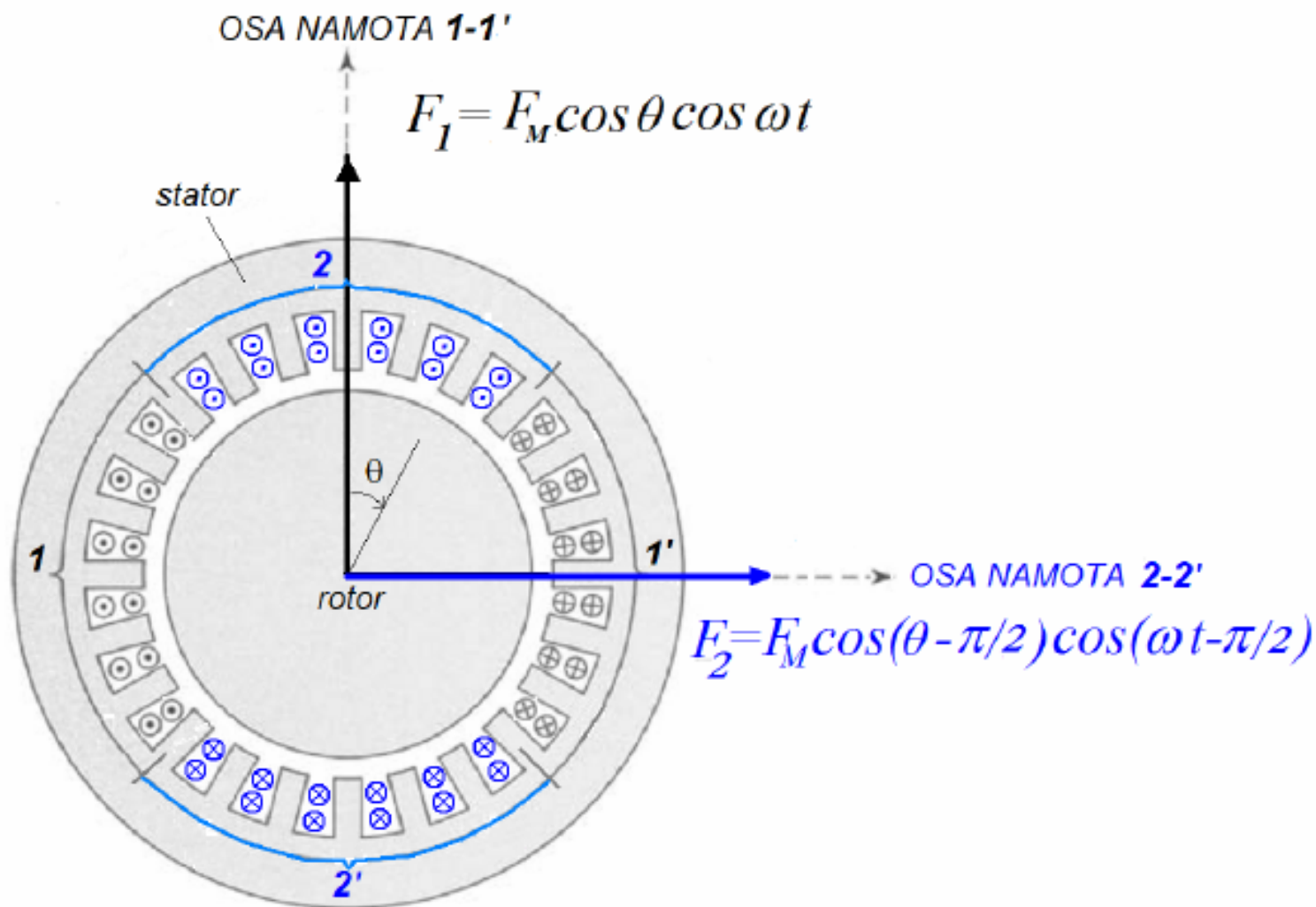
Prikaz smera obrtnog polja u ovom slučaju je dat na Slici 5.



Slika 5- Smer obrtnog magnetnog polja za RTS redosled struja

JEDNOFAZNO OBRTNO POLJE

Obrtno polje je moguće dobiti i pomoću dva namotaja prostorno pomerena za 90° električnih kroz koje teku dvofazne struje. Prikaz jedne takve mašine sa cilindričnim rotorom je dat na Slici 6.



Slika 6- Jednofazno polje u mašini sa cilindričnim rotorom

Razlikujemo dva namotaja postavljena upravno jedan u odnosu na drugi. Namotaj faze 1 označen sa 1-1' i namotaj faze 2 označen sa 2-2'. Svakom od ovih namotaja odgovara pripadajuća MPS. Jednačine za MPS ovih namotaja se mogu opisati jednačinama:

$$F_1(\theta, t) = F_M \cdot \cos \theta \cos \omega t \quad (19)$$

$$F_2(\theta, t) = F_M \cdot \cos(\theta - \frac{\pi}{2}) \cdot \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \quad (20)$$

Rezultantna MPS u indukcionoj mašini je jednaka:

$$F(\theta, t) = F_1(\theta, t) + F_2(\theta, t) = F_M \cdot \cos \theta \cos \omega t + F_M \cdot \cos(\theta - \frac{\pi}{2}) \cdot \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \quad (21)$$

Obzirom na trigonometrijsku jednačinu $\cos(x - \frac{\pi}{2}) = \sin x$ jednačinu (21) možemo napisati u sledećoj formi:

$$F(\theta, t) = F_M \cdot \cos \theta \cos \omega t + F_M \cdot \sin \theta \cdot \sin \omega t \quad (22)$$

Odnosno:

$$F(\theta, t) = F_M \cdot (\cos \theta \cos \omega t + \sin \theta \cdot \sin \omega t) \quad (23)$$

Uzimajući u obzir trigonometrijsku jednakost (9), jednačina (22) se može napisati u formi:

$$F(\theta, t) = F_M \cdot \cos(\theta - \omega t) \quad (24)$$

Jednačina (23) ustvari predstavlja obrtni talas konstantne amplitude koji se obrće stalnom ugaonom brzinom ω jednakom kružnom učestanošću napojne mreže $\omega = \omega_m = 2\pi f_m$, iz koje sa napaja posmatrani dvofazni namotaj statora. Zapazimo da je amplituda ovog obrtnog talasa 1.5 puta manja nego u trofaznom slučaju.

Važno je naglasiti da se komponente MPS u jednačini (23) mogu predstaviti u sledećim formama:

$$F_1(\theta, t) = F_M \cdot \cos \theta \cos \omega t = \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta + \omega t) + \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta - \omega t) \quad (25)$$

$$F_2(\theta, t) = F_M \cdot \sin \theta \sin \omega t = \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta - \omega t) - \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta + \omega t) \quad (26)$$

Sledi da se naizmenično polje u svakoj od faza dvofazne mašine sa sinusoidalnom (kosinusoidalnom) raspodelom u vremenu i sinusoidalnom (kosinusoidalnom) raspodelom u prostoru može smatrati kao rezultat superpozicije dva polja koja se obrću u suprotnim smerovima ugaonom brzinom jednakom kružnom učestanosti naizmenične struje, dok im je amplituda dav puta manja od amplitude naizmeničnog polja.

U ovom slučaju u magnetnom kolu mašine postoje dva polja *direktno-(d)* i *inverzno-(i)*, tako da komponente MPS date relacijama (25) i (26) možemo predstaviti kao:

$$F_1(\theta, t) = \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta + \omega t) + \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta - \omega t) \quad (27)$$

ili u formi zbira direktne i inverzne komponente MPS:

$$F_1(\theta, t) = F_{(d)}(\theta, t) + F_{(i)}(\theta, t) \quad (28)$$

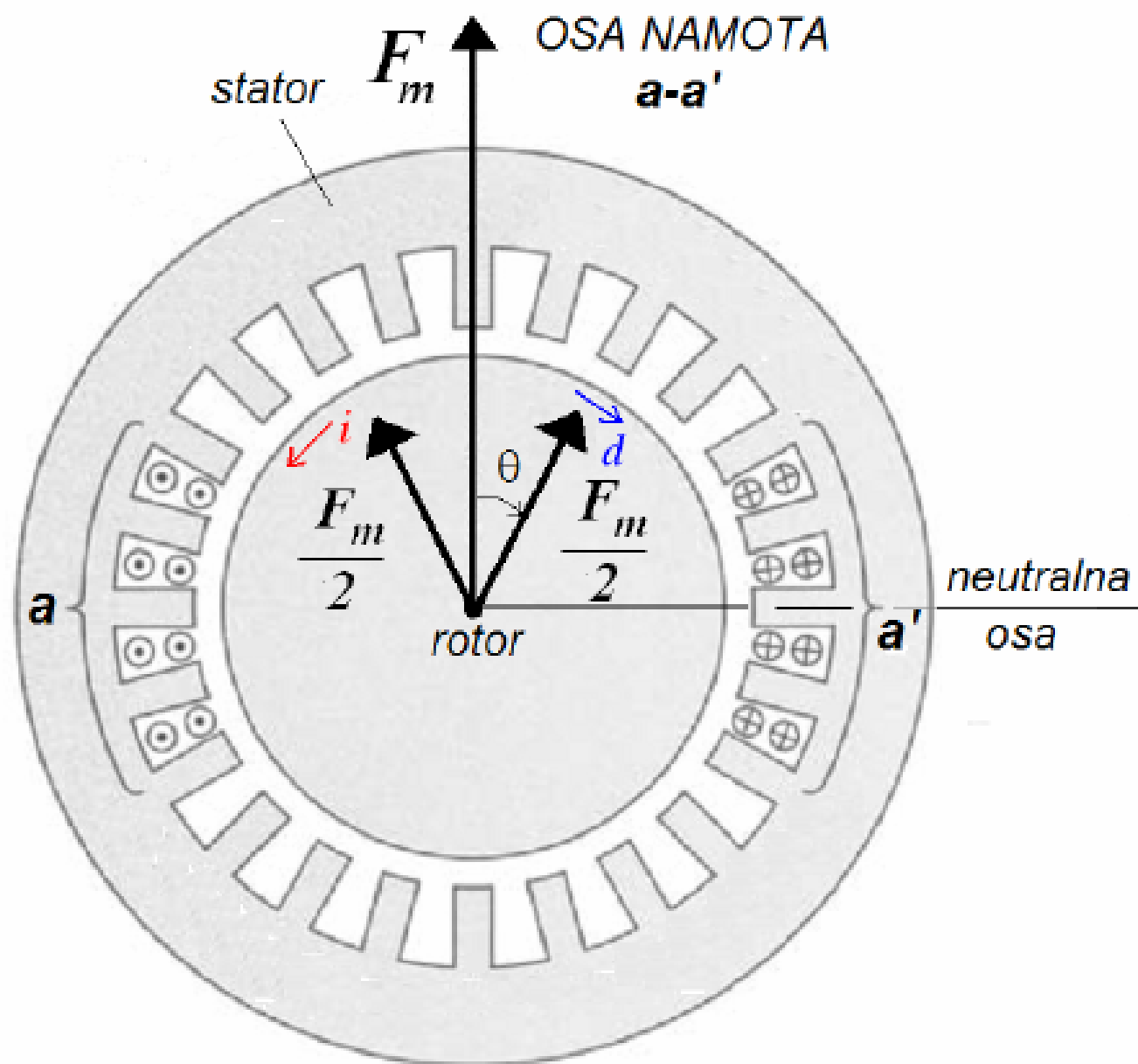
Slično važi i za komponentu datu jednačinom (26):

$$F_2(\theta, t) = \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta - \omega t) - \frac{1}{2} F_M \cdot \cos(\theta + \omega t) \quad (29)$$

odnosno u formi razlike inverzne i direktne komponente:

$$F_2(\theta, t) = F_{(i)}(\theta, t) - F_{(d)}(\theta, t) \quad (30)$$

Prethodno definisan zakon je poznat u elektrotehnici kao Leblanova teorema. Komponenta MPS data jednačinom (25) je grafički predstavljena na Slici 7 pomoću dva vektora koji se obrću u suprotnim smerovima, jedan u direktnom a drugi u inverznom smeru. Njihov zbir daje naizmenično polje čije se osa nalazi u osi namotaja.



Slika 7- *Direktno i inverzno polje u jednofaznoj mašini*

- Iz svega dosada rečenog nameće se konstatacija da se obrtna polja javljaju kod svih mašina za naizmeničnu struju.
- Trofazne mašine su savršenije jer kod njih postoji samo jedno obrtno polje, dok se kod jednofaznih mašina pored direktnog (d) pojavljuje i inverzna (i) komponenta polja koja obično pogoršava njihove radne karakteristike!!!

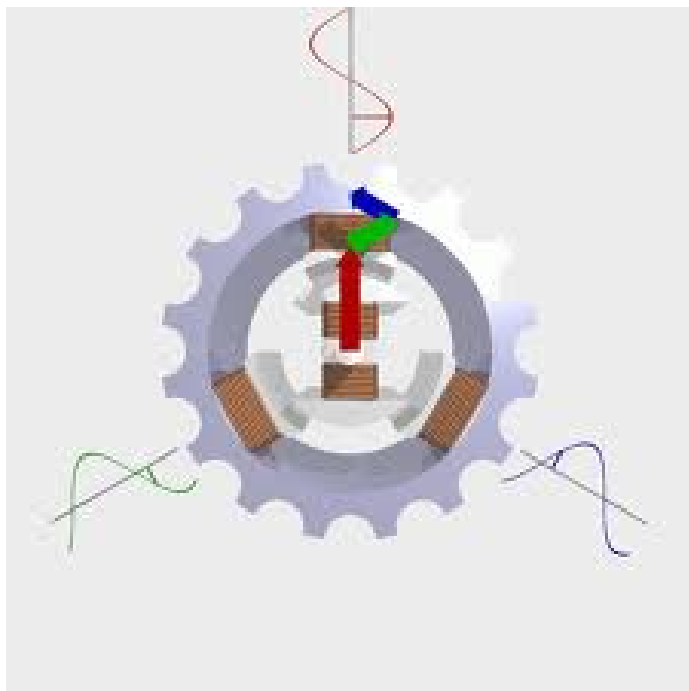
ZAKLJUČAK

- Trofazno obrtno polje je moguće dobiti pomoću trofaznih namotaja raspoređenih po obimu statora sinhronih i asinhronih mašina kada kroz te namotaje teku trofazne naizmenične struje.
- Tako dobijeno polje je po svom delovanju ekvivalentno polju jednog pobudnog namotaja napajanog jednosmernom strujom, koji se mehanički obrće istom ugaonom brzinom.
- Obrtno polje može da stvara i rotor sa trofaznim namotajima kroz koje teku trofazne struje.

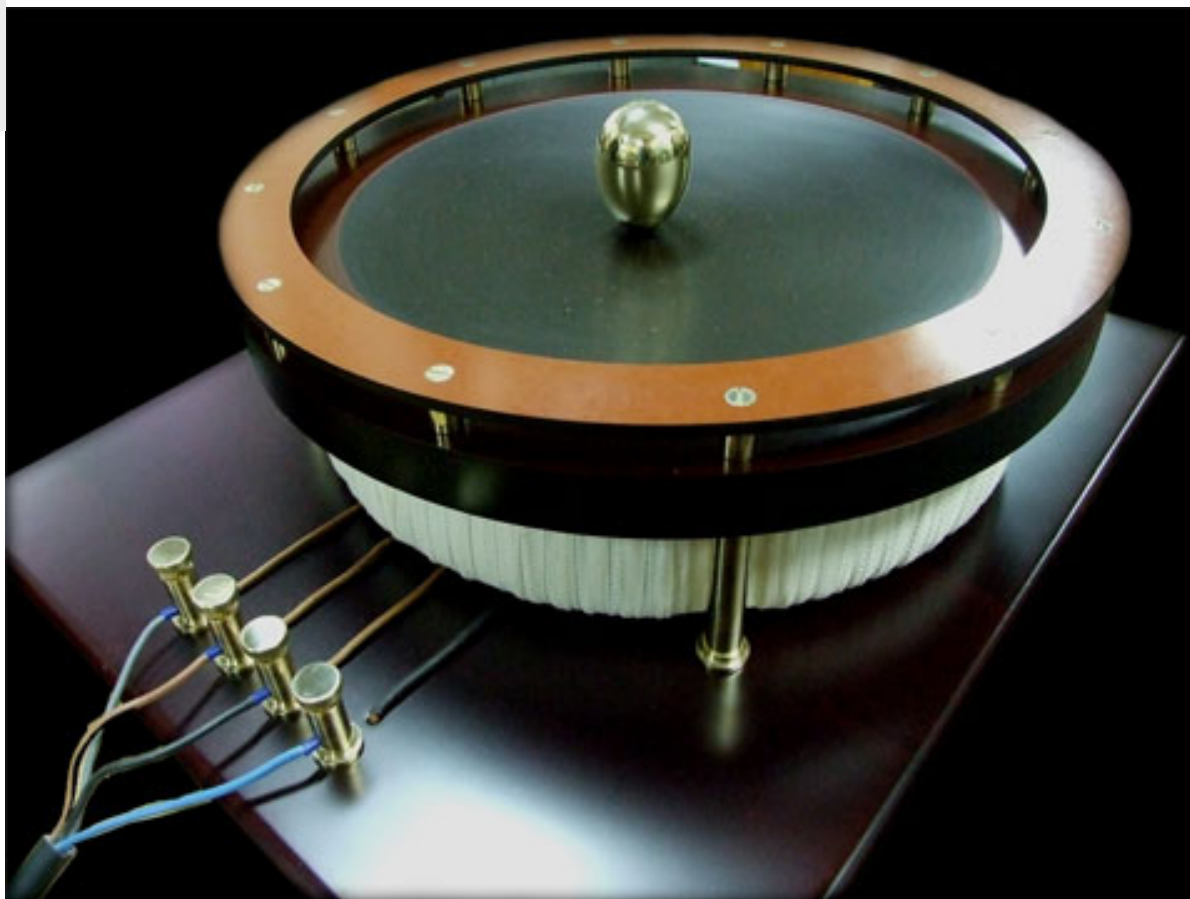
- Brzina obrtanja tog polja u odnosu na stator je rezultat algebarskog zbira brzine obrtanja polja u odnosu na rotor i mehaničke brzine rotora.
- Takav slučaj se sreće kod rotora asinhronih mašina.
- Kod ovih mašina brzina obrtanja rotora Ω nije jednaka sinhronoj brzini Ω_s ($\Omega_r + \Omega = \Omega_s$, gde je Ω_r -brzina rotorskog polja u odnosu na rotor) ali se i polje statora i polje rotora obrću istom brzinom.

LITERATURA

- V.Gourishankar,D.H.Kelly,
Electromechanical Energy Conversion, 1973,
New York
- M.Petrović, *Elektromehaničko pretvaranje
energije*, Naučna knjiga, 1985, Beograd
- S.N.Vukosavić, *Električne mašine*,
Akademska misao, 2010, Beograd
- [http://www.teslauniverse.com/nikola-tesla-
patents](http://www.teslauniverse.com/nikola-tesla-patents)



HVALA
NA PAŽNJI!!!



Oktober 2015